

Editorial

Caros leitores, é sempre muito prazeroso para a equipe do JORNAL DÁ LICENÇA o período de elaboração de cada edição do referido veículo de comunicação. Estamos, ao longo dos últimos dezoito anos, procurando renovar e inovar, com a finalidade de estimular àqueles que nutrem particular interesse por temas que envolvem matemática e educação matemática.

Convidamos a você calouro - que está começando a entrar em contato com a pluraridade de oportunidades que o Instituto de Matemática e Estatística da UFF oferece - a conhecer uma salinha muito especial que encontra-se no sexto andar do IME/UFF.

Trata-se da SALA DÁ LICENÇA, onde você encontrará uma biblioteca cujo acervo é constituído de livros didáticos voltados para o ensino de matemática, assim como livros paradidáticos e de divulgação científica. Em tal sala, você terá oportunidade trocar ideias com os bolsistas do PROGRAMA DÁ LICENÇA, programa de extensão, cadastrado na PROEX, que possui este nome "Dá Licença" para sugerir que trata de questões voltadas à formação do licenciando em matemática, assim como pede passagem para a disseminação



de conhecimento.

Este programa, coordenado pelo Prof. Wanderley Moura Rezende (GMA), abarca os seguintes projetos: JORNAL DÁ LICENÇA, CADERNO DÁ LICENÇA, BIBLIOTECA DÁ LICENÇA, EVENTOS DÁ LICENÇA e CENTRO DE MEMÓRIA. Você poderá ter uma ideia deste trabalho visitando o site www.uff.br/dalicensa e o blog <http://dalicensauff.blogspot.com.br/>

O corpo editorial do Jornal expandiu-se e a partir da presente edição estamos contando com a colaboração da seguinte equipe:

(da esquerda para a direita) Wanderley Moura Rezende, Carlos Mathias Mota, Márcia Martins, Paulo Trales, Jones Colombo, Luciana Pena, Dirce Uesu, Natasha Cardoso, Rodrigo Viana Pereira, Inês Diniz e Tamires Pereira e Valéria Dias.

Desejamos que você vista a camisa do Dá Licença, enviando-nos sugestões e críticas para o e-mail:

dalicensajournal@gmail.com, resolvendo os DESAFIOS propostos em cada edição e enviando a sua solução para o Prof. Jones Colombo (GAN) - e-mail: jones.colombo@gmail.com, participando dos variados eventos propostos pelo DÁ LICENÇA para este ano. Não deixe de nos procurar. O Dá Licença é de vocês!

Márcia Martins.

marciamartins@id.uff.br

Este número...

conta com *dicas de sites, livros, etc. que envolvem matemática*. Na seção *Falando Sério* quem nos brinda com uma interessante entrevista é a Prof^ª Tatiana Roque (IM-UFRJ). Na seção *Trocando em Miúdos*, o Prof. Humberto Bortolossi (GMA) nos brinda com seu *Artigo* intitulado *Dualidade de Poliedros*. Na seção *Dicas de Veterano* contamos com a colaboração de Elton Ramos Miranda. Na seção *Por onde Andam os Ex-alunos* quem nos fala é Fabiano Figueiredo Gomes. A Prof^ª Ana Kaleff (GGM) relata uma interessante passagem da *equipe do LEG*. A Prof^ª Eliane Moreira da Costa, da Faculdade de Educação da UFF, colabora conosco, apresentando o seu *Artigo* intitulado *O Origami e as Estruturas Lógicas de Classificação e Seriação*. A partir deste número, a seção *Desafios* é elaborada pelo Prof. Jones Colombo (GAN). Tente resolver o desafio proposto e... Boa Leitura!

Dicas de Veterano

Quem nos brinda com suas sugestões é ELTON RAMOS MIRANDA:

SALVE, SALVE GALERA!

Sou aluno formando da Licenciatura em Matemática UFF/CEDERJ do polo de São Pedro da Aldeia. Venho aqui falar da minha vivência acadêmica nessa modalidade de ensino e contribuir com algumas dicas para os que entraram e entrarão nessa graduação.

Ingressei no curso de graduação no segundo semestre de 2006. Confesso que a dificuldade inicial de se adaptar a essa nova modalidade de ensino é imensa, tem de haver muita



organização, vontade, perseverança e é necessário que não se desista na primeira “paulada” nem em nenhum momento adverso. Ao longo da graduação você pode ter certeza que terá problemas internos e externos, acadêmicos ou não, e isso afetará seu rendimento. Quem é formado ou está na “estrada” há algum tempo sabe do que estou falando, mas a dica é: não desista, não abandone o curso e lembre de que você está cursando uma graduação FEDERAL e em MATEMÁTICA, ou seja, não será nada fácil mesmo.

Mas com o tempo e dedicação as coisas vão fluindo e aquelas disciplinas nas quais existia absurda dificuldade,

você passará a ter uma leve dificuldade. Facilidade na Matemática dificilmente alguém terá, é necessário se dedicar. Tive a oportunidade de ser monitor de Pré-Cálculo durante dois semestres e pude comprovar tudo isso que estou falando: a mesma dificuldade que senti quando entrei, os alunos da monitoria também sentiam, e quem estudou EAD e/ou Matemática se identificará, com o que aqui está escrito.

A principal dica que dou é: faça do seu curso a distância o mais presencial possível, vá as tutorias, participe de eventos acadêmicos (semanas de matemática, congressos, minicursos, etc.) em sua universidade ou em outras; seja formado e formador, isso será um grande diferencial no término de sua graduação; forme fortes grupos de estudos, procure estar em contato com amigos de curso, tutores e coordenação de disciplinas.

Muitos chegam com a mesma conversa: “ah, eu não tenho tempo, eu trabalho, eu isso, ou eu aquilo”. Para

Se você não tem tempo para se dedicar à Matemática, a Matemática também não terá tempo para você!

encerrar, fica aqui a minha maior dica: SE VOCÊ NÃO TEM TEMPO PARA DEDICAR PARA MATEMÁTICA, A MATEMÁTICA TAMBÉM NÃO TERÁ TEMPO PARA VOCÊ.

Abração pra todos os leitores e amigos do JORNAL DÁ LICENÇA.

SAUDAÇÕES MATEMÁTICAS.

Elton Ramos Miranda. ◯

Curiosidades

Triplas Pitagóricas

Você conhece o método de Diofanto para encontrar todas as triplas pitagóricas? Se não, aí vai. Tome dois números inteiros e calcule:

- O dobro de seu produto;
- A diferença entre seus quadrados;
- A soma de seus quadrados.

Assim, os três números resultantes serão os lados de um triângulo pitagórico. Por exemplo, tome os números 2 e 1. Então:

- O dobro de seu produto = $2 \times (2 \times 1) = 4$;
- A diferença entre seus quadrados = $2^2 - 1^2 = 3$;
- A soma de seus quadrados = $2^2 + 1^2 = 5$.

E obtemos o famoso triângulo 3-4-5. A regra de Diofanto tem mais um detalhe. Após termos descobertos os três números, podemos escolher qualquer outro número que queiramos e o multiplicar pelos três. Assim, o triângulo 3-4-5 pode ser convertido em um triângulo 9-12-15 multiplicando-se os três números por 3, ou em 18-24-30 multiplicando-se os três números por 6. Não temos como obter estas duas triplas a partir da prescrição acima usando números inteiros. Diofanto sabia disso. m

BIBLIOGRAFIA

STEWART, Ian. Almanaque das curiosidades matemáticas. Zahar, 2009



DO ESTRANHAMENTO AO ENCANTAMENTO

Um Exemplo da Magia Exercida pelo Museu LEGI

Profa. Ana Maria Kaleff (GGM)



Caro leitor, hoje vamos contar sobre um episódio acontecido em uma de nossas andanças pelo interior do Brasil apresentando o Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática da UFF (LEGI). Achamos muito importante esse episódio, pois deixou marcas positivas em todos nós da equipe do LEG. De propósito, não colocaremos fotos, pois não queremos que o local seja reconhecido.

O local

Estávamos em uma cidade bem progressista do interior, fora do estado do Rio de Janeiro. Era um evento organizado pela equipe do LEG e por professores do curso de especialização a distância *Novas Tecnologias em Ensino de Matemática* da UFF, no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB).

Para o evento, de três dias, a equipe local era formada por três tutores presenciais da UAB, enquanto que, na do LEG, eramos dois professores, três tutores a distância da UAB, e, ainda, oito alunos bolsistas da licenciatura presencial em Matemática de Niterói. A principal função dos tutores e bolsistas era a de atuar como monitores das ações dos visitantes à exposição.

No primeiro dia de nossa atuação, viajamos cerca de 600 quilômetros e a equipe levou mais de oito horas na montagem do LEGI, em um recinto de exposição espaçoso, bem aparelhado para a instalação de uma mostra como a nossa.

A exposição tinha ficado muito bonita!

O Episódio

Era sexta-feira, dezenove horas, final do segundo dia do evento.

Chovia muito.

Todos da equipe já estávamos muito cansados, pois durante o dia, haviam passado pela exposição quase mil visitantes, sendo mais de 150 professores do ensino básico e 800 alunos entre crianças e jovens, de todas as idades, de instituições públicas e privadas. A prefeitura municipal colocara ônibus à disposição das escolas para trazer os visitantes. Percebíamos que este era um acontecimento educacional importante para a cidade.

Fomos avisados de que chegariam mais de cem alunos, todos do nível do Ensino de Jovens e Adultos (EJA). Também informaram, nos dizendo abertamente que: *esses estudantes são barra pesada e devem tomar cuidado para que não haja nenhum incidente desagradável ou roubo do material exposto.*

Ficamos chocados e apreensivos. Em todos os muitos anos que viajamos expondo o LEGI, isso nunca havia acontecido. Nunca tivemos furtos ou situações de risco para o nosso pessoal ou para o material exposto.

Fechamos todas as portas laterais do recinto da exposição. Deixamos aberta somente a da entrada principal. Apesar de toda a experiência da equipe do LEGI, nossa expectativa era grande. Todos estavam preocupados. Os monitores novatos, ainda mais!

Chegaram três ônibus apinhados de estudantes. A maioria, homens e mulheres de meia idade ou mais velhos. Rostos enrugados, semblantes sofridos,

furtivos, que se desviavam dos nossos.

Pareciam estar estranhando o que viam. Pareciam não estar entendendo o que estavam fazendo ali ou o que se esperava deles... Aquele recinto enorme, todo preparado para eles adentrarem, lhes parecia ser algo muito estranho. Apesar dos cartazes motivadores sobre os materiais expostos, escritos com letras garrafas sugerindo “TENTE”, “MEXA”, “QUER USAR UMA VENDA?”, ninguém fazia nada. Só se entrelaçavam...

Sugerimos a alguns dos professores visitantes acompanhantes que se aproximassem dos materiais expostos nas mesas do museu. Pedimos para que mexessem nos aparelhos. Mesmos esses profissionais agiam timidamente.

Os estudantes mais velhos não se moviam. Não tomavam qualquer iniciativa. O silêncio era grande. Poucos diálogos se ouviam entre os alunos homens, muito menos entre eles e os monitores do LEGI.

Nós, professores da equipe, tomamos mais algumas iniciativas de aproximação, junto com parte dos monitores. Outros desses ficaram na vigia dos materiais.

Era uma tarefa difícil para todos, pois pela primeira vez, estávamos nos dando conta de que precisávamos efetivamente cuidar da integridade do material do museu. No entanto, por nossas trocas de olhares, percebíamos que toda a equipe se questionava se isso era realmente necessário!

Percebemos que os visitantes também

O LEGI mais uma vez cumpriu sua missão: desvelar e chamar a atenção para a Matemática que está na vida à nossa frente.

sulcados pelas agruras intensas da vida. Alguns com roupas rotas, porém cuidadas.

Nem a metade dos alunos era de jovens. Percebemos que esses tinham roupas de melhor procedência do que os mais velhos, porém pouco cuidadas. Muitos cabelos desganhados, coloridos, alguns do tipo moicano, bonés e tênis sem grifes famosas.

Imediatamente, chamou a atenção da equipe o fato de todos chegarem timidamente. Geralmente, com as mãos nas costas, cabisbaixos, com olhares

pareciam se proteger, pois quando alguma aluna era abordada por um dos monitores, várias outras mulheres, em grupo, também se aproximavam. Entre os homens, se um era abordado, se aproximava sozinho, sem que os demais o acompanhassem. Embora esses ficassem na espreita para ver o que iria acontecer na sequência e só se aproximavam quando solicitados.

Não percebemos a formação de grupos mistos de homens e mulheres, somente alguns poucos casais, que mais estavam interessados na paquera entre eles ▷

▷ do que nos materiais. Estes casais, ainda, mais arredios dos que os demais grupos, pareciam querer sair do recinto do museu. Estavam pouco interessados no que viam no ambiente. Eles próprios lhes eram mais importantes. Porém, aos poucos, as mudanças

começou a intrigar os visitantes mais arredios, ou seja, descobrir o que estava por trás de cada aparelho, de cada jogo, mesmo que não entendendo bem o que cada um modela e o que tem a ver com a tal da matemática. Perguntas começaram a aflorar: - *Professora, por que isso aconteceu?*

em frente à mesa com a biblioteca dos livros para deficientes visuais; frente aos bonecos com a célula Braille, começaram a formar uma enorme fila de espera para aprenderem a escrever o nome com pontinhos em Braille.

Ouvimos alguns perguntarem aos professores visitantes que os acompanhavam: Ei, professor, por que na nossa escola não temos um brinquedo desse tipo? Professor, quando vamos ter uma coisa assim na escola? Isso daria para nós construirmos na nossa sala, é fácil?

Contrariando todo prognóstico e expectativas, nenhum incidente desagradável e inesperado aconteceu; nenhuma falta de respeito, nem para conosco da equipe, nem em relação aos materiais expostos.

Não ocorreu nenhuma atitude negativa contrária à ética. Só alegria e deslumbramento! A magia da transformação do estranhamento do novo em encantamento pela descoberta de algo desconhecido e mitificado como *matemático*, mais uma vez aconteceu.

Após duas horas dessa visitação, precisamos fechar a exposição. Já eram 21 horas e horário do local do evento ser fechado. Com pesar, fomos obrigados a pedir que todos se retirassem. Ouvimos protestos de decepção, pois muitos alunos disseram que gostariam de ficar mais. Surgiram algumas perguntas:

Nos foi permitido, a nós, professores e licenciandos da UFF, sentir o significado e a beleza do que é espalhar o muito que pesquisamos, estudamos e conhecemos.

começaram a acontecer: os grupos foram se aproximando dos materiais expostos e se interessando pelo que propúnhamos. Começaram, timidamente, a mexer nos aparelhos e a pegar nas peças dos jogos. Embora, alguns alunos precisassem ter os materiais praticamente colocados nas mãos para que se atrevessem a tocá-los, quando os oferecíamos.

Percebemos que as atividades com espelhos cilíndricos começaram a interessar aos visitantes mais jovens, bem como o desafio da colocação de venda para realizarem os quebra-cabeças planos, como se fossem deficientes visuais. Os paqueradores começaram a se exibir para as suas paqueras, no enfrentamento dos desafios propostos nas atividades.

As mulheres mais velhas se interessavam mais pelos quebra-cabeças tridimensionais do cubo-soma e frac-cubo, bem como pelos jogos de montagem dos lagartos. Tomavam, como um grande desafio, construir as diversas formas geométricas com as peças. O cubo a ser construído com o cubo-soma as fascinava. A forma do lagarto ocupando a mesma área da de um hexágono regular pareceu lhes interessar.

Os homens se juntaram mais a volta dos computadores e dos móveis iluminados pela luz da lanterna. Os modelos de cones de fios cortados pelo feixe de raio laser motivaram a todos.

Lentamente, sorrisos começaram a aparecer. Alguns murmúrios e risadas já ecoavam.

Aos poucos o estranhamento inicial e as tensões foram sendo quebrados. Parecia que a magia do museu, já começava a funcionar...

O desvelamento do desconhecido

Moço, isso também é Matemática? Tia, o que tem de Matemática nisso aí? Por quê? Aos poucos, parecia que a beleza das formas construídas com as peças dos quebra-cabeças; o dominar e ser vencedor do desafio proposto em cada atividade, e o voltar a agir como crianças e jovens, começavam a agir sobre aquelas mentes. Tudo nos indicava que a magia do lúdico, que entrelaça as atividades e os materiais expostos, ia tomando conta daqueles semblantes sofridos, depósitos de mentes desesperançasas.

Aos poucos, o interagir com os aparelhos e jogos foi modificando o comportamento daqueles visitantes mais arredios, tensos e temerosos. Aos poucos, foram se soltando, deixando correr mais frouxas as rédeas do estranhamento engessante frente ao novo e inesperado encontrado no museu.

Democratizar os conhecimentos para que a linguagem do mundo da Matemática possa ser entendida por todos...

Piadinhas sobre alguém *pagando mico* e gargalhadas comeram a ecoar. Uma aluna bem idosa chamava uma colega para ver que construíra um dado com o cubo-soma. Outra, agora sem nenhum embaraço, aos gritos, fazendo muitos gestos e expressando alegria, chamava uma amiga para ver como o desenho de um menino triste se transformava no de um menino alegre, na imagem do espelho cilíndrico. Alguns, quebrando preconceitos, se revezavam no uso de vendas para brincar de ceguinho - como ouvimos dizerem - para vencer o desafio de resolver os quebra-cabeças planos do coração e do ovo. Outros pararam

- *Quando vocês vão trazer novamente esse material para nós? Quando poderemos voltar para ver isso? Amanhã, posso trazer o meu irmão para ver?*

Já na semana seguinte, soubemos que os professores dessas turmas estavam se empenhando para criar um laboratório na escola (pública) com a ajuda dos alunos. Meses depois, soubemos que mestres e estudantes perguntaram aos tutores locais do evento, quando haveria uma nova exposição...

Com esse relato, caro leitor, pretendemos mostrar-lhe que o LEGI mais uma vez ▷

▷ cumpriu a sua missão: desvelar e chamar a atenção para a Matemática que está na vida à nossa frente. Democratizar os conhecimentos para que a linguagem do mundo da Matemática possa ser entendida por todos, no mundo da realidade da vida do homem comum.

Mais uma vez o LEGI permitiu que o conhecimento criado na universidade se espalhasse democraticamente. Por outro lado, nos foi permitido, a nós, professores e licenciandos da UFF sentir o significado e a beleza do que é espalhar o muito que pesquisamos, estudamos e conhecemos. Novamente, pudemos desvelar segredos ocultos em materiais didáticos criados no

LEG com carinho, cuidados especiais e muito estudo!

A magia do encantamento da descoberta do novo se fizera presente, mas outra vez foi encaixotada e guardada no LEG, para que possa reaparecer e encantar outros corações na próxima exposição.

Caro leitor, ficou curioso? Quer saber mais sobre os materiais? Venha nos conhecer no LEG.

Venha também nos ajudar a organizar e participar da nossa próxima exposição do LEGI. ○

Desafios

Olá, meu nome é **Jones Colombo** e serei o responsável pela **seção Desafios**. Espero que os próximos desafios sejam divertidos e motivantes! Se você tiver alguma solução e quiser compartilhar envie para **jones.colombo@gmail.com**, se a sua solução for interessante, poderemos publicá-la na próxima edição do *Dá Licença*.



Abaixo está o desafio:

Este quebra-cabeça apareceu nas festas dos alunos que participavam das olimpíadas de matemática na Hungria.

Quando 23 presos chegam ao presídio o diretor os reúne em uma sala e lhes diz: Vocês podem reunir-se hoje e amanhã e planejar uma estratégia, mas depois de amanhã vocês serão levados a celas individuais e não terão mais qualquer comunicação entre vocês.

Nesta prisão existe uma sala, chamada de sala do interruptor. Esta sala contém dois interruptores de luz, chamados “A” e “B”, cada um dos quais pode estar na posição “ligado” ou na posição “desligado”. Eu não informarei as posições atuais. Os interruptores não estão conectados a nenhum aparelho.

A partir de hoje, eu vou selecionar um preso de forma aleatória e escoltá-lo até a “sala do interruptor”, e esse prisioneiro irá selecionar um dos dois interruptores e reverter a sua posição (por exemplo, se o interruptor estiver “ligado”, ele vai alterá-lo para “desligado”), o prisioneiro será então levado de volta para sua cela. Nesse dia, ninguém mais vai entrar na “sala do interruptor”.

Cada preso vai visitar a sala do interruptor de maneira aleatória. Isto é, para qualquer N é verdade que, eventualmente, pelo menos um de vocês visitou a sala do interruptor, pelo menos N vezes.

A qualquer momento, qualquer um de vocês pode ▷

▷ declarar-me: “Nós todos já visitamos a sala do interruptor.” Se for verdade (cada um dos 23 prisioneiros já visitou a sala do interruptor pelo menos uma vez), então todos vocês serão libertados. Se for falsa (alguém ainda não visitou a sala do interruptor), todos vocês vão ficar aqui para sempre, sem chance de liberdade condicional.

Determine uma estratégia que os presos podem elaborar para terem certeza de que algum dia serão libertados. ○

<http://www.professores.uff.br/jcolombo/>

A matemática do Riso

Um biólogo, um estatístico e um matemático

Um biólogo, um estatístico e um matemático estão sentados em frente a um restaurante, vendo a vida passar.

Um homem e uma mulher entram em um prédio do outro lado da rua. Dez minutos depois, saem acompanhados de uma criança;

– Eles se reproduziram – diz o biólogo.

– Não. – diz o estatístico. – Isso é um erro de observação. Em média, duas pessoas e meia entraram e saíram do prédio.

– Não, não, não. – diz o matemático. – É perfeitamente óbvio. Se alguém entrar ali agora o prédio estará vazio.

Artigo muito especial

O ORIGAMI E AS ESTRUTURAS LÓGICAS DE CLASSIFICAÇÃO E SERIAÇÃO

Eliane Moreira da Costa
elianemc@id.uff.br



De acordo com as pesquisas de Piaget existem duas estruturas lógicas fundamentais para a compreensão do conceito de número operatório: são elas as estruturas de classificação e seriação. Segundo Ramos (2009), classificamos objetos sempre que os arrumamos por semelhanças e seriamos objetos quando os dispomos em ordem crescente ou decrescente.



figura 1

No mercado existem materiais pedagógicos industrializados que estimulam o desenvolvimento dessas estruturas. Todavia, modelos em Origami feitos em papel com gramatura adequada podem ser convertidos em ótimos recursos didáticos, atendendo aos mesmos propósitos. Modelos simples e de fácil construção auxiliam professores e despertam a curiosidade e o interesse dos pequenos. O colorido dos papéis exerce forte atração sobre eles e a proposição do trabalho num ambiente lúdico faz com que tudo aconteça espontaneamente.



figura 2

Como exemplo, apresento as formas geométricas que lembram prismas de diferentes bases. Na tenda Origami Interativo temos duas versões deste conjunto de peças, uma para ser trabalhada sobre as mesas escolares e outra em tamanho grande para ser trabalhada no chão (figuras 1 e 2).

Nas apresentações da Tenda Origami Interativo registramos várias participações de crianças que, enquanto brincam de arrumar essas peças, nos mostram em qual etapa do desenvolvimento dessas estruturas se encontram. Nas figuras 3 e 4 estão as imagens de uma destas atividades orientadas pela

aluna do Curso de Matemática da UFF Kelly Cristina Sá da Silva.

De modo geral, a partir dos seis anos as próprias crianças podem construir estes modelos. A complexidade no trabalho de construção é relativa ao número de lados da



figura 3

base. Quanto menores os lados, mais fácil o processo de montagem. Inicialmente não há necessidade de trabalhar com todas as bases e a proposta pode incentivar o trabalho coletivo da classe, dos professores e dos auxiliares. A própria separação dos papéis por cores ou por tamanhos já caracteriza um momento importante da seriação e da classificação e as crianças gostam muito de colaborar.



figura 4

Crianças maiores, entre oito e dez anos, também gostam de organizar estas peças e, via de regra, ao escolherem onde colocar uma delas, perguntam se estão certas. Tal insegurança costuma ser consequência de um

ensino onde a preocupação maior está com as respostas corretas. Infelizmente ainda estamos longe de ver as aulas de matemática transformadas em momentos nos quais as crianças possam expor suas proposições e argumentações num ambiente propício ao desenvolvimento da sua autonomia intelectual.

“Portanto, um princípio fundamental no âmbito lógico-matemático é o de evitar o reforço da resposta certa e a correção das respostas erradas, mas, ao invés disso, encorajar a troca de ideias entre as crianças” (KAMII, 1998, p. 61). Como participantes das atividades propostas na Tenda estas crianças interagem com o dinamizador, são estimuladas a expressarem seus critérios de escolha, que são valorizados como um momento importante do processo de aprendizagem (figura 5).



figura 5

Aprendemos constantemente com estes jovens alunos quando os escutamos com a atenção que precisam e merecem. O entusiasmo com que participam dessas atividades nos leva a crer que é possível interessá-los pelos assuntos da Matemática bem cedo, desde que ▷

▷ o ambiente favoreça a observação, a visualização e o diálogo entre os alunos e seus professores.

BIBLIOGRAFIA:

01. RAMOS, L. F. Conversas sobre números, ações e operações: Uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.
02. KAMII, C. A criança e o número. Campinas: Papirus, 1995. ○

Por onde Andam...

Quem nos conta o que anda fazendo ao longo dos anos é

Fabiano Figueiredo Gomes

.....

Olá, caríssimos estudantes do IME-UFF! É um prazer poder partilhar um pouco da minha história com pessoas que estão no lugar onde estive por cinco bons anos da minha vida e que me renderam grandes amizades até hoje. Me graduei em 2005 em Licenciatura e Bacharelado e já atuava em sala de aula ao longo do curso, porém, não sem antes passar por um período de adaptação à graduação que foi muito importante para a minha formação. No ano seguinte ingressei no mestrado em Matemática Pura da UFF, um curso muito difícil e que parecia impossível de concluir, mas consegui provar para mim mesmo que, com muito trabalho, um aluno dedicado não precisa respeitar tanto assim o “impossível”. Quem tem pés no chão pode sonhar à vontade. Aliás, fui aprovado no concurso para professor de matemática da rede municipal do Rio de Janeiro enquanto ainda era aluno do mestrado e pedia muito a Deus que eu só fosse chamado depois de defender a tese. Resultado: o dia da minha defesa foi o mesmo da minha posse no Rio. E aquela semana ainda viria a ser marcante em minha vida por ter marcado o início do meu namoro com aquela que recentemente se tornou a minha amada esposa. No meio desse caminho ainda recebi do prof^o Dinamérico Pombo, então coordenador do mestrado, a indicação de um trabalho na Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV) -



Fiocruz como professor bolsista de matemática para o ensino médio. Conforme o tempo passava, o vínculo com a escola e a carga de trabalho aumentaram e então apresentei projeto de pesquisa na área de ensino em saúde e matemática e ia a trabalhos de campo junto com os profissionais do laboratório de Vigilância em Saúde da escola. A escola é muito dinâmica e há sempre novas demandas de trabalho. Atualmente, além das aulas de matemática, atuo como um dos coordenadores de ensino médio, integro a comissão e a banca do processo seletivo para ingresso de alunos e oriento monografia na escola. Creio que ainda tenha muito caminho para eu percorrer até alcançar uma situação profissional que me garanta uma boa estabilidade profissional e financeira e é por isso que pretendo fazer novos concursos e um doutorado em área a definir. Mas uma coisa eu sei: me sinto feliz, crescendo profissionalmente e quero continuar no caminho que estou e o que me proporcionou tudo isso foi a matemática. Espero que a matemática possa render a vocês um futuro de sucesso e amizades, e que tudo isso só seja vivido se trouxer paz e realização às suas vidas.

Paz e bem! Forte abraço!

podem elaborar para terem certeza de que algum dia serão libertados. ○

Com muito trabalho, um aluno dedicado não precisa respeitar tanto o “impossível”. Quem tem pés no chão pode sonhar à vontade!

Fabiano Figueiredo Gomes

Livros e Leituras

DICAS DE LIVROS E LEITURAS

QUESTÕES E DESAFIOS DE LÓGICA: 282 Exercícios - Para Concursos, Exames, Enade e Processos Seletivos
Autor: Renato Nogueira Perez Avila

Esta obra tem a intenção de propor uma série de exercícios de raciocínio lógico que possibilitarão uma maior imersão na parte prática deste tão presente assunto e preparar qualquer acadêmico, profissional ou candidato no que diz respeito ao desenvolvimento intelectual nesta área como um todo.



AS GRANDES EQUAÇÕES: a história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram

Livro de autoria de Robert P. Crease, foi lançado pela Jorge Zahar Editora.



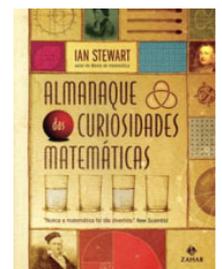
Mais do que simples ferramentas, as equações matemáticas são o resultado do esforço humano para entender a vida e a natureza. Condensam décadas de pesquisa e sintetizam novas concepções de mundo. Essas descobertas marcam também a trajetória de grandes pesquisadores – nomes como Pitágoras, Newton, Euler, Maxwell, Einstein, Schrödinger, Heisenberg – e suas dúvidas, embates, frustrações e alegrias.

O filósofo da ciência Robert P. Crease conta a história das equações mais importantes do Ocidente e de seus engenhosos criadores. Em linguagem simples, cada capítulo é dedicado a uma ou mais formulações que originaram grandes descobertas científicas. O autor demonstra ainda que as equações matemáticas são tão importantes para o momento histórico em que foram criadas quanto as obras de arte. Seja o teorema de Pitágoras, a lei do movimento de Newton ou a “equação celebridade” de Einstein ($E=mc^2$) – tema de capa da revista Time, em 1946. Sem elas, não existiriam realizações relativamente simples, como pontes e edifícios, muito menos as complexas, como os computadores quânticos, os foguetes espaciais e a nanotecnologia. Vale conhecer algumas histórias surpreendentes.

ALMANAQUE DAS CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Ian Stewart

Neste Almanaque das curiosidades matemáticas, o professor Ian Stewart oferece ao leitor a oportunidade de conhecer uma matemática divertida e intrigante, a partir de uma viagem que vai da explicação de por que não se pode dividir um número por zero e da história de muitos matemáticos, entre eles Pitágoras (e seu teorema), Pierre de Fermat (e seu teorema que iria confundir e frustrar os matemáticos mais brilhantes do mundo por mais de 350 anos) entre outros. Assim, o professor Ian nos convida a passear por curiosidades e tantos outros assuntos que ouvimos falar tais como os números de Fibonacci, o efeito borboleta, a complexidade dos juros simples entre outros. E isso tudo sem perder o bom humor que fazem parte de suas anedotas com as quais ele pontua aqui e ali essa curiosa narrativa.



Informes

CADERNO DÁ LICENÇA

Coordenador: Prof. José Roberto Linhares (GGM)

O Caderno Dá Licença está com submissão de trabalhos aberta para o próximo número. Informações podem ser obtidas no site:

www.uff.br/dalicensa

EVENTOS DÁ LICENÇA

Coordenadora: Prof^a Luciana Pena (GMA)

Foi exibido, no dia 19 de fevereiro de 2013, às 14h, um documentário sobre História da Matemática produzido pela BBC de Londres:

Episódio 2: O Gênio do Oriente - comentários: Professor Jones Colombo

Para sua informação, o episódio 1, foi exibido no dia 22 de novembro de 2012, na sala Dá Licença e teve como comentarista o professor Wanderley Moura Rezende.

 A partir de janeiro de 2013 a coordenação do Projeto Eventos em Educação Matemática passou da professora Solimá Gomes Pimentel (GAN) para a professora Luciana Prado Mouta Pena (GMA).

 Tomou posse para o triênio 2013/2015 a nova diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM-RJ no dia 21 de janeiro no Auditório Paulo Freire, Av. Pasteur, 458 - prédio do CCH da UNIRIO:

DIRETOR: Flávia dos Santos Soares (UFF)

VICE-DIRETOR: Bruno Alves Dassie (UFF)

1º SECRETÁRIO: Fabiano dos Santos Souza (UFF)

2º SECRETÁRIO: Fernando C. Villar Marinho (CAP/ UFRJ)

1º TESOUREIRO: Glauco da Silva Aguiar (Fundação Osório/ Colégio Militar)

2º TESOUREIRO: Mônica Cerbella Freire Mandarino (UNIRIO/CESGRANRIO)

“A amizade pode existir entre as pessoas mais desiguais. Ela as torna iguais.”

Aristóteles

Dicas da Rede

- Hipertexto Pitágoras - ensino e investigação em matemática: <http://www.dm.ufscar.br/hp/default.html>
- Revista do Professor de Matemática: <http://www.rpm.org.br/cms/>
- Math Educational vídeos & Articles em

<http://ben-vitalis-math-ed-videos.blogspot.com.br/2011/08/math-educational-videos-articles-on-my.html>

Falando Sério

Queria que meu livro ajudasse os alunos e leitores a ver a matemática de um modo diferente, como uma construção histórica e não como um saber transcendente e eterno, elaborado por gênios. E sim como

Quem nos brinda com uma entrevista, dada ao Prof. Carlos Mathias, é a Prof^a. Tatiana Roque.

Dá Licença: Sabemos que você acabou de lançar um livro sobre a História da Matemática, como essa experiência se colocou, e se coloca, em sua vida?

Tatiana: Escrever um livro é realmente como ter um filho, diziam isso mas eu não acreditava. Claro que é diferente, mas tem uma coisa forte em comum: a sensação de que algo que era seu passa a ser do mundo, e você não controla mais...



TATIANA ROQUE, professora do Instituto de Matemática/UFRJ, é doutora pela Coppe/UFRJ, com estágio na França na Equipe REHSEIS (Pesquisas Históricas e Epistemológicas sobre as Ciências Exatas e as Instituições Científicas). Pesquisadora do Collège International de Philosophie, em Paris (2011-2007), é membro do Instituto de Pesquisa Archives Poincaré, em Nancy, dedicado à história da matemática. Sua área de pesquisa abrange historiografia da matemática, relações entre história e ensino de matemática e história das teorias de equações diferenciais e da mecânica celeste na virada do século XIX para o XX.

Dá Licença: O livro é voltado à formação de professores ou para o público em geral?

Tatiana: Para ambos. Eu escrevi para meus alunos de licenciatura e cursos para professores, mas fiz um longo trabalho de edição, na escrita e na matemática, para que ele também fosse acessível e interessante para um público mais geral.

Dá Licença: As perspectivas mais clássicas da matemática nas universidades colocam a História da Matemática como um acessório meramente informativo e coadjuvante na formação dos alunos. Digo isso tanto nos cursos de bacharelado como os de licenciatura. Como gostaria de ver seu livro sendo reconhecido frente a essa tendência?

Tatiana: O que proponho é justamente o oposto disso.

um conhecimento cambiante, que mudou muito ao longo da história, com idas e vindas, relações com problemas práticos e filosóficos, ou seja, um pensamento vibrante!

Dá Licença: É bastante comum na universidade vermos professores ministrando suas disciplinas desconsiderando por completo os processos históricos que as perpassam. Isso acontece bastante nos cursos de cálculo, onde a ordem padrão de apresentação dos conteúdos (funções, limite, continuidade, derivada, integrais) é absolutamente distinta daquela que historicamente se deu. Se você fosse ministrar uma disciplina de Cálculo 1, como se sentiria diante de tal situação? Recolocaria a ordem de construção dos objetos? Acha que seu livro poderia ajudar os alunos nesse processo? Estive nessa situação nesse período, o alunos estudam limites sem saber o porquê. Recomendei a leitura concomitante do livro do Apostol, mas os alunos o perceberam

quase como um animal em extinção na selva "pop" dos atuais livros de cálculo.

Tatiana: Exatamente, este exemplo é muito bom pois o conceito de função é um dos que são ensinados do modo mais inapropriado de todos, no Ensino Básico, com aqueles diagramas de conjuntos que não significam nada para os alunos. A noção de função estava presente nas curvas de Descartes, Leibniz e Newton, nas expressões analíticas de Euler, nas trajetórias da física matemática, nas discussões de Fourier sobre o problema do calor, no detalhamento feito por Dirichlet sobre o mesmo problema, e por aí vai. Até que veio Bourbaki e tudo foi invertido para começar com a noção de conjunto, que foi a última a ser desenvolvida na história! Acho que em Cálculo 1, em particular, discutir os problemas sobre a legitimidade dos procedimentos infinitesimais, ocorridos nos séculos XVII e XVIII, seria muito produtivo.

Dá Licença: Você é a atual Coordenadora do Programa de Mestrado em Ensino da Matemática na UFRJ. Temos alguma novidade para um programa de doutorado na área?

Tatiana: Fizemos a proposta mas ainda não temos resposta...

Dá Licença: Em que pontos o Mestrado em Ensino da Matemática da UFRJ é distinto/semelhante ao Programa de Mestrado Profissional PROFMAT?

Tatiana: É distinto, antes de tudo, porque é um mestrado acadêmico, e por isso, se aprofunda mais nas disciplinas e nas discussões sobre ensino.

Dá Licença: Gostaria de dar alguma mensagem final para os nossos alunos?

Tatiana: Que procurem caminhos para transformar a imagem que os alunos têm da matemática, consequência da forma como é ensinada!

Queria que meu livro ajudasse os alunos e leitores a ver a matemática de um modo diferente.



História da matemática

Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas

Autora: Tatiana Roque

SINOPSE

A missão não era das mais fáceis: escrever o primeiro livro brasileiro de história geral da matemática, resultado de uma pesquisa original. “As publicações usadas no Brasil sobre o tema são traduções de obras lançadas nos Estados Unidos – em geral reedições de títulos de décadas atrás que seguem padrões atualmente considerados ultrapassados pela historiografia”, afirma Gert Schubring, pesquisador da Universidade de Bielefeld (Alemanha), no prefácio desse livro. E o resultado não podia ser mais animador.

História da matemática apresenta um ponto de vista crítico em relação a como esta trajetória vem sendo contada até então. E acaba ainda com mitos comuns,

como a ideia de que a matemática é essencialmente abstrata e teórica e com uma estrutura rígida, já estabelecida. “Forjou-se até aqui, a partir de mitos e lendas, uma imagem excessivamente idealizada da matemática. Trata-se agora de desconstruir esses mitos para situar as práticas matemáticas em seu contexto.”, afirma a autora.

Com esse objetivo, ela aborda os sistemas matemáticos desenvolvidos desde a Mesopotâmia até o século XIX – passando pelo Egito antigo, a Grécia clássica, a Idade Média, a chamada Revolução Científica e os debates do século XVIII. Aos poucos, mostra que diferentes práticas matemáticas sempre coexistiram, apresentando soluções diversas para problemas semelhantes.

Uma trajetória surpreendente, que põe em xeque a crença de que a matemática é uma ciência universal e quebra a tradicional visão de que a matemática grega seria superior a de outros povos da Antiguidade, como os árabes. ○

Eventos

V EEMOP - “Educação Matemática na sala de aula: Múltiplos olhares sobre a prática pedagógica” - dias 16 a 18 de maio de 2013 - Ouro Preto, Minas Gerais.

A organização da quinta edição do Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto (EEMOP) inaugura uma colaboração interinstitucional entre a Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e o Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Ouro Preto (IFMG-OP), valorizando os múltiplos laços em torno da Educação e da Educação Matemática. Além disso, o V EEMOP integra as atividades de dois eventos que tradicionalmente acontecem na UFOP, em espaços temporais diferenciados. Ambos os eventos – cada um com suas características particulares e, ao mesmo tempo, relacionadas – colocam em relevo iniciativas e atividades da Educação Matemática: o próprio EEMOP e o Encontro de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática (EEPEM) em sua quarta edição.

Encontro Nacional de Educação Matemática, em 2013, será no Paraná.

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM promove a cada três anos o Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. O próximo será realizado de 18 a 21 de julho de 2013 na sede da Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR, em Curitiba.

Este evento congrega o universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, Professores e Estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, Estudantes da Pós-graduação e Pesquisadores.

O evento coincide com a comemoração dos 25 anos de criação da SBEM. Por isso a Comissão Local de Organização do ENEM, criada pela SBEM-PR, propôs que o tema do ENEM 2013 seja nucleado pela ideia de retrospectivas e perspectivas da Educação Matemática no Brasil. Cumpre destacar que a SBEM foi fundada no Paraná.

VIII CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – 5, 6 e 7 de junho de 2013

Podemos dizer que, de forma geral, a origem das ideias matemáticas é resultado de um processo que procura explicar e entender fatos e fenômenos observados na realidade. O desenvolvimento destas ideias e sua organização intelectual dão-se a partir de elaborações sobre representações da realidade. Estas representações da realidade constituem o que chamamos de “modelos matemáticos”. A Modelagem Matemática consiste na obtenção, aplicação e avaliação destes modelos. A Modelagem Matemática na Educação Matemática diz respeito a uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática.

As discussões sobre Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, vêm sendo desenvolvidas no país desde o final dos anos de 1970, fortalecendo-se nas duas décadas finais do Século XX. De modo geral, a comunidade de Educação Matemática tem, nessas discussões, valorizado amplamente o trabalho de investigação viabilizado pelas atividades de Modelagem Matemática. Essa trajetória deu margem à criação de espaços e eventos específicos, com o intuito de fomentar e aprofundar os debates sobre o tema e buscar cada vez mais a consolidação da Modelagem Matemática como área de pesquisa da Educação Matemática. É neste cenário que acontece a VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática.

“Não há nada na nossa inteligência que não tenha passado pelos sentidos.”

Aristóteles

Trocando em Miúdos...

DUALIDADE DE POLIEDROS

Humberto José Bortolossi (IME, UFF)

Dizemos que dois poliedros convexos P e D são duais um do outro se existe uma bijeção f da família de vértices e faces de P na família de vértices e faces de D , que satisfaz às seguintes propriedades: (1) se V é um vértice de P , então $f(V)$ é uma face de D ; (2) se F é uma face de P , então $f(F)$ é um vértice de D e (3) V é vértice da face F de P se, e somente se, $f(F)$ é vértice da face $f(V)$ de D (Grünbaum & Shephard, 1988).

O cubo e o octaedro são exemplos de poliedros duais. Na Figura 1 a seguir, encontra-se um diagrama que explicita uma bijeção entre as famílias de vértices e faces de cada poliedro: a associação entre os vértices do cubo e as faces do octaedro está indicada por números e a associação entre as faces do cubo e os vértices do octaedro está indicada por letras. Note que um poliedro pode ter mais de um dual. Por exemplo, um octaedro não regular também é um dual do cubo.

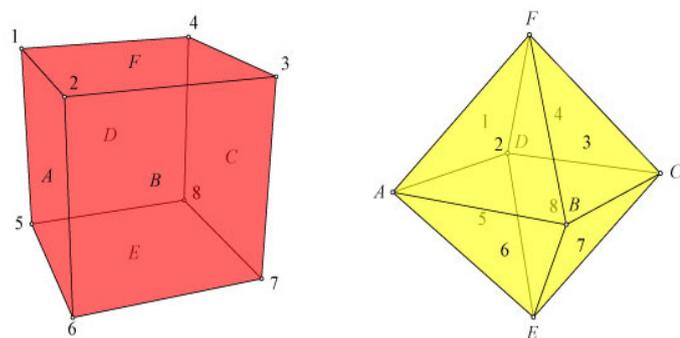


Figura 1. O cubo e o octaedro são poliedros duais.

Para o caso particular dos sólidos platônicos, existe uma maneira muito natural de se construir uma bijeção entre um sólido platônico com um de seus duais: dado um sólido platônico P , considere o poliedro convexo D cujos vértices são os centros das faces de P e cujas faces são polígonos convexos com vértices nos centros das faces de P , faces estas que concorrem em um mesmo vértice de P . Esta relação geométrica particular já foi percebida por Johannes Kepler (1571-1630) que a explicitou em seu livro "A Harmonia dos Mundos" de 1619.



Johannes Kepler (1571-1630). Dualidade dos sólidos platônicos no livro "A Harmonia dos Mundos".

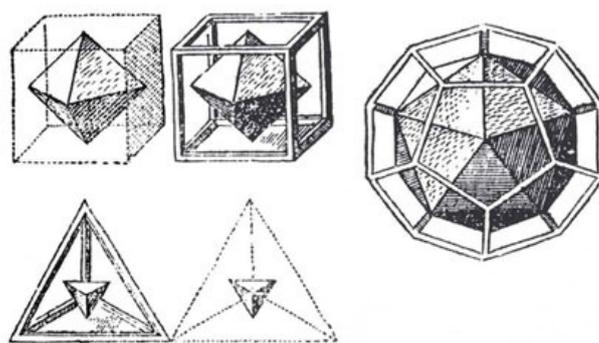


Figura 2. Dualidade dos sólidos platônicos conforme Johannes Kepler.

É importante notar, contudo, que o sistema idealizado por Kepler, via centros das faces, não pode ser aplicado para um poliedro convexo geral. De fato, este é um equívoco comum, cometido até mesmo por livros consagrados de matemática, química e cristalografia. Qual é o problema? Considere, como exemplo, o sólido arquimediano cuboctaedro: os centros das faces que deveriam formar os vértices da face do dual não são coplanares e, portanto, o objeto construído seguindo-se a receita de Kepler não é um poliedro.

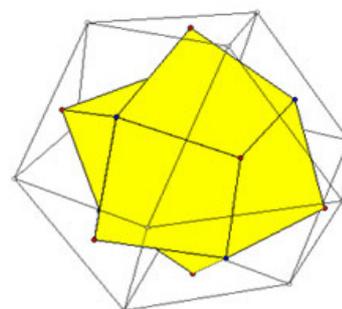


Figura 3. O cuboctaedro e seu dual topológico (que não é um poliedro).

Felizmente, existe um algoritmo que obtém um dual de qualquer poliedro convexo. O ponto de partida é o conceito de inversão com relação a uma esfera: escolhida uma esfera de centro em O e raio r , o inverso de um ponto V com relação a esta esfera é o ponto V' sobre a semirreta de origem O e passando pelo ponto V , tal que

$$d(O, V) \cdot d(O, V') = r^2.$$

Aqui $d(O, V)$ representa a distância entre os pontos O e V . Do mesmo modo, $d(O, V')$ representa a distância entre os pontos O e V' . Note que V' depende da esfera escolhida inicialmente e que ele está bem definido para todo ponto V diferente de O .

Mais ainda: se V está no interior da esfera, então V' está no exterior da esfera e se V está no exterior da esfera, então V' está no interior da esfera. Quando V está sobre a superfície da esfera, ocorre que $V' = V$.

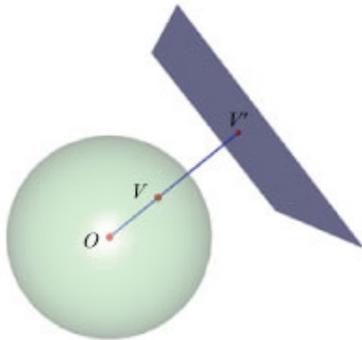


Figura 4. Inversão com relação a uma esfera: V' é o inverso de V .

Para cada ponto V diferente de O , vamos agora associar o plano que passa por V' e que é perpendicular ao segmento que liga O a V' . Quando V for um vértice de um poliedro, este plano conterá a face do poliedro dual associado a V . Se V e W são vértices adjacentes de um poliedro, isto é, se V e W são extremidades de uma aresta do poliedro primal, então a interseção dos planos passando por V' e W' conterá a respectiva aresta do poliedro dual. Aplicando-se este processo para os vários vértices do poliedro primal, obtêm-se as faces, arestas e vértices do poliedro dual.

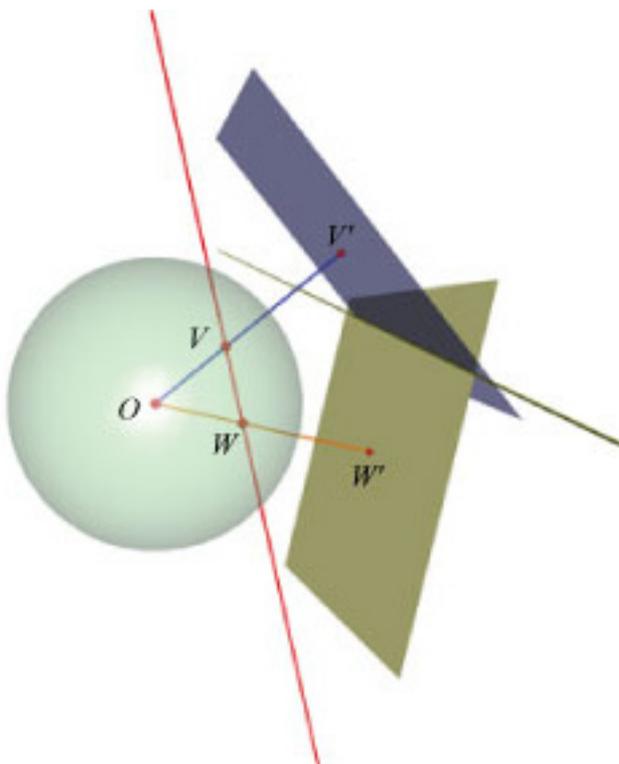
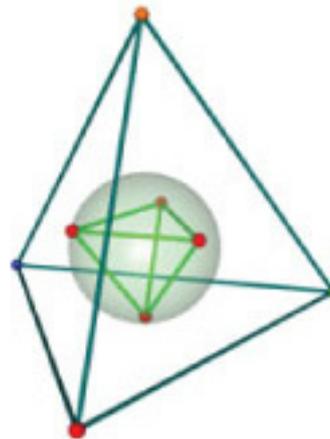


Figura 5. Construção das faces e arestas do poliedro dual.

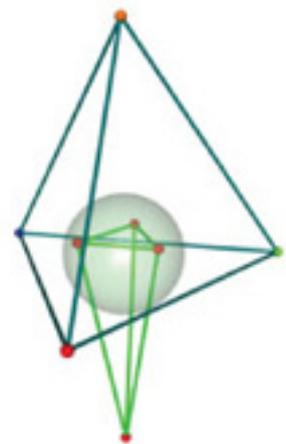
Escolhas diferentes de esferas geram duais diferentes. A figura da esquerda (6a), a seguir, exhibe um dual de um tetraedro regular usando a esfera inscrita do tetraedro regular como esfera de inversão. Neste caso, o dual também é um tetraedro regular e ele coincide com o dual obtido seguindo-se a receita de Kepler. Já a figura da direita (6b) usa uma esfera cujo centro não coincide com o centro do tetraedro regular. O dual obtido é ainda um tetraedro, mas ele não é mais regular.

Figura 6. Construindo duais do tetraedro regular usando inversões.

6a - Um dual do tetraedro regular.



6b - Outro dual do tetraedro regular.



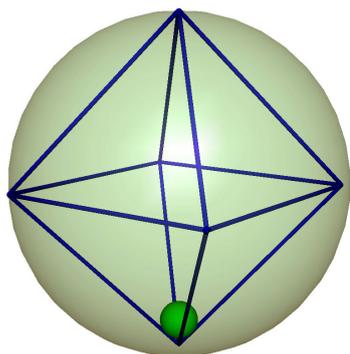
Existe alguma aplicação “prática” do conceito de dualidade? É possível usar o conceito de dualidade para se construir um dado redondo e honesto (isto é, com probabilidade $1/6$ para cada um dos seis valores que ele pode sortear). As marcações do dado redondo são pintadas sobre a superfície de uma esfera usando-se uma disposição análoga à do cubo convencional. Dentro da esfera encontra-se uma cavidade na forma do dual do cubo, um octaedro. Dentro da cavidade, coloca-se solta uma pequena esfera metálica pesada. Quando o dado redondo é lançado, toda a estrutura tende a se equilibrar com a pequena esfera ocupando a posição de um dos seis vértices do octaedro, fazendo com que o topo da superfície esférica apresente uma das seis marcações.

Figura 7. O dado redondo.

7a - Um conjunto de dados redondos.



7b - Estrutura interna de um dado redondo.



Em (BORTOLOSSI, 2009), você encontrará um software educacional gratuito que permite visualizar e manipular vários tipos de poliedros e seus duais.

Referências

BORTOLOSSI, H. J. Uma Pletora de Poliedros. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, 2009. Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/pdp/>>.

GRÜNBAUM, B.; SHEPHARD, G. Duality of Polyhedra. Em SENECHAL, M; FLECK, G. (editores). Shaping Space – A Polyhedral Approach. Birkhäuser, 1988.

Programa **Dá Licença**

Jornal **Dá Licença**

Coordenador: Prof. Carlos Mathias Mota (GMA)

Vice-coordenadora: Prof^ª Márcia Martins (GAN)

Docentes Participantes:

Prof^ª Dirce Uesu (GGM)

Prof. Jones Colombo (GAN)

Prof^ª Luciana Pena (GMA)

Prof. Paulo Trales (GAN)

Prof. Wanderley Moura Rezende (GMA)

Discentes Participantes:

Natasha Cardoso Dias

Rodrigo Viana Pereira

Inês Diniz

Tamires Pereira

Programação Visual e Editoração Eletrônica:

Valéria Dias (CEAEX)

Homenagem (in memoriam): Prof^ª Valéria Zuma

Contato: dalicencajornal@gmail.com