INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

CURSO DE GRADUAÇÃO

DE LICENCIATURA EM MATEMATICA

JULIA DAITCHMANN GONZALEZ

SE JOGANDO NA MATEMÁTICA COM ACITEMTIRAP: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O JOGO

Niterói

2021

JULIA DAITCHMANN GONZALEZ

SE JOGANDO NA MATEMÁTICA COM ACITEMTIRAP: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O JOGO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Coordenação do Curso Graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para aprovação na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II (GTL00003).

Orientador: Wanderley Moura Rezende

Niterói
2021

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

G643s Gonzalez, Julia Daitchmann
Se Jogando na Matemática com Acitemtirap : o relato de uma experiência didática com o jogo / Julia Daitchmann Gonzalez ; Wanderley Moura Rezende, orientador. Niterói, 2021.
76 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística, Niterói, 2021.

1. Ensino de Matemática. 2. Jogos Educativos. 3. Sequências Numéricas. 4. Progressões Aritméticas. 5. Produção intelectual. I. Rezende, Wanderley Moura, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD -

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

JULIA DAITCHMANN GONZALEZ

SE JOGANDO NA MATEMÁTICA COM ACITEMTIRAP: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O JOGO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Coordenação do Curso Graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para aprovação na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II (GTL00003).

Aprovada em: 30/04/2021

Banca Examinadora

Prof. Wanderley Moura Rezende - Orientador
D.Sc. - Universidade Federal Fluminense

Profª. Miriam Del Milagro Abdón - Membro
Dsc. - Universidade Federal Fluminense

Profª. Luciana Prado Mouta Pena - Membro
Dsc. - Universidade Federal Fluminense

Prof. Pedro Nogueira de Marins - Membro
Msc. - FAMATH – Faculdades Integradas Maria Thereza

À minha mãe, Ana Paula

e à minha irmã, Ana Clara.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe, Ana Paula, minha irmã, Ana Clara, meu pai, Fabiano e minha tia, Juliana, por todo apoio, incentivo e amor incondicional. Sou grata por todo amparo nos momentos mais difíceis e por todo esforço para que eu pudesse seguir meu sonho. Obrigada por existirem, sem vocês nada disso seria possível!

Ao vovô Eduardo e à vovó Renata pelo carinho e por sempre me influenciarem a estudar.

A toda minha família que, direta ou indiretamente, fez parte de minha formação.

A meus amigos de curso, pelo companheirismo ao longo dessa caminhada. Em particular, Bruna Alves, Daniel Massoto e Nathalia Christine, muito obrigada por estarem a meu lado e compartilharem comigo momentos de felicidade, além dos inúmeros desafios.

A meu companheiro de criação, Daniel Camacho, por toda a paciência e suporte durante esse processo de elaboração do jogo e do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) e, principalmente, por sua amizade.

Aos colegas do Programa Da Licença pelo auxílio na confecção do jogo e pelas quartas-feiras divertidas.

Aos amigos além da UFF, pela amizade incondicional e pelo apoio desde sempre. Especialmente a Daniel Segrillo, Lais Velloso, Luana Brandão, Luana Santiago, Matheus Correa e Renata Tavares, obrigada por dividirem as felicidades da vida a meu lado.

Gratidão a meus colegas de trabalho, Carolina Sereno, Débora Ribeiro, Juliana Correia, Raphael Coelho e Suellen Carvalho por deixarem esse processo mais leve.

A meus animais de estimação por proporcionarem momentos de amor e carinho.

A meus professores da graduação e da escola, por toda a contribuição durante meu trajeto até aqui.

Agradeço a meu orientador, Wanderley Moura Rezende, pelas oportunidades e apoio durante toda a graduação e, principalmente, pela sua paciência e dedicação no processo de construção desse TCC.

Também agradeço a Universidade Federal Fluminense e a seus funcionários que contribuíram direta e indiretamente para a conclusão deste trabalho.

Aos que não puderam estar presentes nesse momento, mas estiveram em outro que influenciaram a minha caminhada até aqui. Minhas eternas saudades.

A Deus, pela minha vida, e por me permitir ultrapassar todas as dificuldades encontradas ao longo de minha caminhada.

Educação não transforma o mundo. Educação muda pessoas. Pessoas transformam o mundo.

Paulo Freire

Resumo

Tendo em vista as frequentes dificuldades de aprendizagem associadas à Matemática no Ensino Básico, pesquisa-se sobre ferramentas e estratégias para cativar e facilitar o ensino dessa disciplina. Para tanto, investigou-se a utilização de jogos em sala de aula, baseando em documentos oficiais e em autores como a Grando, Selva e Camargo. Com intuito de motivar e aumentar o interesse e o rendimento dos alunos nas aulas sobre sequências numéricas, em particular, progressão aritmética, criou-se o jogo pedagógico Acitemtirap. Realizou-se uma aplicação do jogo em três turmas do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Niterói. Ademais, foram analisados registros efetuados pelos alunos em questionário de avaliação em relação à execução das atividades realizadas em sala com a aplicação do jogo. Os resultados dos dados obtidos demonstram que os estudantes gostaram de jogar Acitemtirap, sendo favoráveis a utilização de jogos na aula de Matemática. Além disso, verificou-se a contribuição da atividade para o ensino desse conteúdo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Jogos Pedagógicos. Progressão Aritmética. Sequências Numéricas.

Abstract

Bearing in mind recurrent learning difficulties associated with Mathematics in Basic Education, we researched tools and strategies to captivate and ease the subject teaching. For this purpose, the use of games in the classroom was investigated, based on official documents and authors such as Grando, Selva and Camargo. We created the Acitemtirap educational game to motivate and improve students' interest and performance in the lessons about number sequences (particularly the arithmetic progression). We tried the game on with three classes of the 2nd year of High School at a state school in Niterói. We also conducted and analyzed an evaluation questionnaire concerning the execution of the activities carried out in the room during the game application. The obtained data show the students liked to play Acitemtirap and prefer using games in the Mathematics class. Besides that, we assessed whether the activity contributed to the teaching of the subject.

Keywords: Mathematics Education. Educational Games. Arithmetic Progression. Number Sequences.

Lista de Ilustrações

Lista de tabelas

SUMÁRIO

Introdução

A Matemática é vista como uma ciência abstrata, independente da realidade, muito disso deve-se, talvez, à forma de como tal disciplina é ensinada na Educação Básica. Nesse sentido, busca-se alternativas para a melhoria no ensino, uma delas é a utilização de atividades lúdicas como os jogos pedagógicos. O emprego de novas metodologias tem como objetivo motivar os estudantes, despertar a criatividade, o interesse, suavizando, assim, o ensino.

O estudo da utilização de atividade lúdica não é novo. Filósofos como Platão (427 a.C.- 347 a.C.) e Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C.) já analisavam tal temática. Porém, o jogo só foi introduzido no currículo de Educação Infantil de forma mais destacada com Friedrich Froebel (1782-1852). Além disso, o jogo como metodologia começa a ser possível com os avanços no campo da psicologia cognitiva, com pensadores como Vygotsky (1896-1934) e Piaget (1896–1980).

No âmbito da Educação Matemática, e em nível nacional, destacam-se os trabalhos da pesquisadora Regina Célia Grando. Segundo Grando (2000), praticar atividades lúdicas é uma necessidade do ser humano, independentemente da idade e são, inclusive, encontradas no nosso dia a dia, como quando ouvimos música ou nos equilibramos no meio-fio. Documentos oficiais do Ministério da Educação reforçam a importância do uso de jogos como recurso didático na Educação Básica. Em particular, no que diz respeito à disciplina de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª a 8ª série (BRASIL, 1998) observam que os jogos são uma maneira de propor problemas de forma atrativa, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca por soluções.

Diante disso, o projeto “Se jogando na Matemática” vinculado ao programa de extensão Programa Dá Licença Matemática UFF, da Universidade Federal Fluminense (UFF), vem com o objetivo de produzir jogos e atividades recreativas para Ensino Básico de Matemática. Em 2019, o grupo era formado por 9 voluntários contribuindo com a produção dos materiais didáticos e das atividades pedagógicas. As reuniões eram sempre as quartas-feiras e conversávamos aspectos gerais sobre o ensino de Matemática, com foco na produção de jogos e Matemática recreativa para o ensino dessa disciplina. A ideia da criação do Acitemtirap foi durante uma dinâmica em que começamos a analisar alguns jogos levados pelo coordenador e voluntários com o objetivo de adaptá-los de forma pedagógica para o ensino de Matemática. No dia 15 de junho de 2019, eu, em parceria com o aluno Daniel Camacho, decidimos fazer uma adaptação do jogo Rummikub[1] como uma proposta para o ensino de progressões aritméticas (PA). Para a confecção e reprodução do jogo utilizamos materiais de baixo custo. O Acitemtirap (P-aritmética, escrito em sentido contrário) consiste em fazer PA de qualquer razão. Vence o jogo quem tiver a maior pontuação ao seu final.

Faz parte do protocolo do projeto “Se Jogando na Matemática”, testar os jogos elaborados em sala de aula. Todo o material produzido passa pelo crivo da sala de aula, foi o que fizemos. Após a elaboração do jogo, de suas regras e dinâmica, confeccionamos oito kits e aplicamos o jogo em três turmas do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Niterói. Nesse sentido, o objetivo desse trabalho é apresentar o jogo elaborado, fazer um relato da experiência realizada e discutir a avaliação respondida pelos estudantes sobre o uso jogo na sala de aula.

Este trabalho está estruturado em 4 Capítulos, além desta introdução e das considerações finais. No CAPÍTULO 1, analisa-se algumas definições da palavra jogo e um panorama histórico sobre o desenvolvimento de jogos na sociedade. Além disso, encontra-se, nesse mesmo Capítulo, uma revisão de literatura de autores que falam sobre importância do uso do jogo na escola e no ensino de Matemática. Destaca-se, também, o grande papel que os jogos podem desempenhar no desenvolvimento dos discentes em vários aspectos, apresentando reflexões e teorias sobre a utilização de jogos no ensino da Matemática, e como alguns teóricos o definem.

O CAPÍTULO 2, apresenta o parecer da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) em relação ao ensino de sequências

[1] Regras do Rummikub: Disponível em: https://tablegames.com.br/wp-content/uploads/2017/10/rummikub_manual_table_games.pdf. Acesso em: 12 abr. 2021

numéricas, focando na progressão aritmética. Ademais, há uma análise de duas coleções de livros didáticos com fotos e exemplos utilizados também com relação ao ensino de sequências: “Araribá mais Matemática” (2018) e “Ciência e Suas Aplicações” (2016).

Uma descrição, em detalhes, do Acitemtirap é realizada no CAPÍTULO 3. São apresentados as regras e dinâmica do jogo: objetivo, preparação, manobras permitidas e não permitidas, pontuação e como finaliza. Além disso, há uma explicação de como o kit foi produzido e os componentes necessários para a aplicação do jogo. Ao final, tem orientações pedagógicas para os docentes que queiram utilizar o jogo em sala de aula.

No quarto Capítulo, apresenta-se a pesquisa que foi elabora em três etapas: aplicação do Acitemtirap em três turmas do 2º ano do Ensino Médio no Colégio Estadual Manuel de Abreu em Niterói, RJ, avaliação do jogo pelos discentes e o relato de experiência. Exibe-se o instrumento de pesquisa, o perfil da escola e dos alunos, além de uma análise da avaliação respondida pelos alunos e apresenta-se uma descrição da aplicação do jogo em sala de aula.

Ao final apresentam-se uma síntese do trabalho realizado e as considerações finais.

Capítulo 1 – Jogos no ensino de Matemática

São notórios os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática no Ensino Básico. Talvez a principal causa desse problema seja o foco que se tem dado ao próprio ensino de Matemática como um todo. Procura-se colocar os estudantes a serviço de uma linguagem da própria disciplina. Nesse sentido, a primeira atitude da Didática da Matemática deveria ser inverter a ordem dessa relação. Conforme Grando (2000), faz-se necessário esclarecer para os futuros professores de Matemática que, mais importante que "ensinar Matemática", é formar cidadãos que saibam criar e manipular conceitos matemáticos segundo suas necessidades de vida em sociedade. Para isso, busca-se utilizar, cada vez mais, mecanismos que fogem do tradicional, algo que retome a momentos reais de vida e que seja também um entretenimento. De acordo com o PCN da 1ª a 4ª série (BRASIL, 1997):

> [...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p. 29)

Vale ressaltar que mesmo sendo um documento antigo, os mesmos problemas citados persistem até os dias atuais. Assim, tendo como meta romper com esse distanciamento entre o estudante e a forma como a Matemática é apresentada, faz-se necessário o uso de algum recurso didático que possa atrair a atenção do discente em seu momento de aprendizagem. Diante disso, é preciso utilizar uma forma de ensino que, além de atraente para o estudante, também trabalhe os conteúdos necessários de forma significativa e prazerosa, que torne o aluno protagonista de sua aprendizagem.

De acordo com o dicionário Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa (2020), a palavra "lúdico" significa "relativo a brincadeiras e divertimentos, como instrumento educativo". Para Roloff (2010) o lúdico pode oferecer um momento de felicidade à aula, levando leveza ao cotidiano escolar e, com isso, aprendendo de forma significativa.

> Para que a aula se torne significativa, o lúdico é de extrema importância, pois o professor além de ensinar, aprende o que o

> seu aluno construiu até o momento, condição necessária para as próximas aprendizagens. [...]. Estuda-se o passado, vive-se o presente, busca-se o futuro. Através da ludicidade podemos fazer novas perguntas para velhas respostas. (ROLOFF, 2010, p. 3)

Nesse cenário, apresentam-se os jogos matemáticos. De acordo com Selva e Camargo (2009), os jogos se tornam um recurso didático capaz de promover um ensino-aprendizagem dinâmico, possibilitando trabalhar os conteúdos da Matemática de uma forma mais desafiadora e cativante, estimulando o desenvolvimento da capacidade do discente em ser protagonista na formação dos seus conhecimentos. Reforçando tal atitude, Grando (2000) ressalta a capacidade cativante dos jogos, que fazem o ambiente escolar mais próximo ao ambiente extraescolar do aluno. Como observa a pesquisadora, é possível ver que as crianças estão frequentemente em contato com jogos em seu dia a dia, fora das salas de aula.

1.1. Sobre a história e a importância dos jogos

No Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa a palavra "jogo" é definida como "qualquer atividade recreativa que tem por finalidade entreter, divertir ou distrair; brincadeira, entretenimento, folguedo. Divertimento ou exercício de crianças em que elas demonstram sua habilidade, destreza ou astúcia" (MICHAELIS, 2020). No dicionário Priberam da Língua Portuguesa (2020), jogo está definido como "exercício ou passatempo entre duas ou mais pessoas das quais uma ganha, e a outra, ou as outras, perdem. Divertimento, exercício", entre outras definições.

Além dessas definições encontradas nos dicionários, nos deparamos com várias outras na literatura acadêmica. Em sua pesquisa, Grando (2000) observa que alguns autores procuraram determinar características que definiram atividades como jogo. Entre eles a autora cita os trabalhos de Huizinga (1990), Caillois (1990) e Chauteau (1987). Huizinga (1990), por exemplo, define jogo como:

> Atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade

> desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras. (HUIZINGA,1990, p.16 *apud* GRANDO, 2000, p.2)

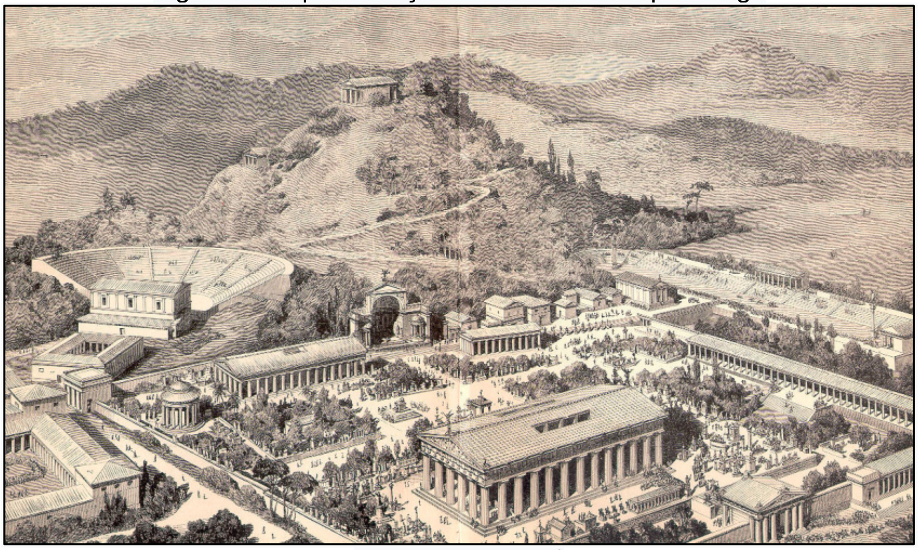
A prática de jogos é uma atividade bem antiga da humanidade. Talvez a que mais se destaque e tenha o maior índice de popularidade sejam os Jogos Olímpicos, praticados desde a Grécia Antiga.

Os Jogos Olímpicos, conforme a mitologia grega, foram criados por Hércules na era antiga, em 2500 a.C. com o intuito de homenagear o seu pai Zeus. O semideus teria plantado a oliveira onde eram colhidas as folhas para emoldurar a coroa para quem tivesse triunfo nos jogos (BRASIL, 2016).

Entretanto, o nome “Olimpíadas” surgiu apenas em 776 a.C. Nesse período, os jogos olímpicos começaram a registrar os nomes dos participantes que obtiveram triunfo nos jogos. Foi nessa época também que o termo Olimpíadas surgiu. Iftos, rei de Ilia, aliou-se ao monarca de Esparta, Licurgo, e a Clístenes, rei de Pissa. O local onde foi selada a aliança dos três líderes foi o templo de Hera, localizado no santuário de Olímpia (Figura 1). Daí surgiu o nome “Olimpíadas”.

Essa aliança firmou uma trégua, considerada sagrada por toda Grécia, no período em que fosse realizado os Jogos. Esse acordo foi levado tão a sério que, durante a Guerra do Peloponeso (combate entre Atenas e Esparta entre 431 a.C. e 404 a.C.), os inimigos deixaram o conflito de lado para competir nos jogos.

Figura 1- Representação artística da Olímpia antiga



Fonte: Wikipédia[2]

Na Grécia Antiga, as discussões sobre a importância da prática de jogos transcendiam o cenário esportivo e adentravam o universo filosófico. Um ponto interessante a esse respeito era a discussão entre Platão (427 a.C. - 347 a.C.) e seu discípulo, Aristóteles (385 a.C. - 322 a.C.), sobre a importância dos jogos.

Para Aristóteles (385 a.C. - 322 a.C.), o jogo não era relevante senão para os momentos de descanso.

> Se o repouso e o trabalho são ambos indispensáveis, o repouso é pelo menos preferível, e é uma questão importante saber em que se deve empregar o lazer. Certamente não no jogo; senão, o jogo seria o nosso fim último. Se possível, é melhor descartar o jogo entre as ocupações. Quem trabalha precisa de descanso: o jogo não foi imaginado senão para isto. O trabalho é acompanhado de fadiga e de esforços. É preciso entremeá-lo convenientemente de recreações, como um remédio. O descanso é ao mesmo tempo um movimento da alma e um repouso, pelo prazer de que se acompanha (ARISTÓTELES, 2006, p. 80, *apud* ROSA, 2017, p. 71).

Já para Platão (427 a.C. - 347 a.C.), os jogos infantis tinham relação com o futuro da sociedade. "Então para Platão, a brincadeira deve ser

---

[2] Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Jogos_Ol%C3%ADmpicos_da_Antiguidade#/media/Ficheiro:Olympos.jpg . Acesso em: 22 fev. 2021

estimulada e supervisionada pelos adultos, como forma de garantir os valores éticos e morais." (REIS, 2017, p. 22). Podemos ver também essa visão de Platão em um dos diálogos do livro "As leis" de sua autoria:

> Afirmo e declaro que há em todo Estado uma total ignorância a respeito dos jogos infantis, de sua importância decisiva para a legislação como fatores que atuem para determinar se as leis promulgadas devem ser permanentes ou não. Quando há uma prescrição do programa dos jogos que assegura que as mesmas crianças joguem sempre os mesmos jogos e se divirtam com os mesmos brinquedos da mesma maneira e nas mesmas condições, se permite também que as leis efetivas e sérias permaneçam inalteradas; mas quando, ao contrário, tais jogos variam e sofrem inovações entre outras mudanças contínuas, as crianças não cessam de fazer seus caprichos e transferir de um folguedo para outro, de modo que nem no que diz respeito às suas próprias posturas corporais nem no que respeita a todos os objetos de seu uso contam com um padrão estabelecido e reconhecido de propriedade ou impropriedade no seu comportamento. (PLATÃO, 2004, p. 287)

A partir desse pensamento, o jogo se tornava algo importante na educação das crianças e relevante para o funcionamento da sociedade. Cabe destacar que na Grécia Antiga já se observava a presença de jogos matemáticos. Segundo Mlodinow (2008), eles jogavam astrágalos3 (Figura 2), objeto feito de ossos do calcanhar de animais com seis lados, mas apenas quatro eram estáveis para que o osso apoie sobre eles. A chance de cair em dois dos lados estáveis era de 10% e dos outros dois de 40%. O jogo resumia-se a jogar quatro astrágalos com o objetivo de ter o melhor resultado4: os quatros ossos caindo em lados diferentes. Visto que os gregos acreditavam que os acontecimentos eram de acordo com a vontade de Deus, não investigaram as probabilidades de acontecer tal evento.

---

[3] Osso do pé, usado como um dado pelos antigos gregos por sua forma, que lembra um cubo (HOUAISS, 2009)

[4] Consideravam o melhor resultado como raro, mas não o mais raro de todos. Tem uma probabilidade de aproximadamente 384 /10 mil de aparecer.

Figura 2 - Astrágalos

Fonte: Brasil de Longe[5]

No entanto, no período seguinte da história do mundo ocidental, na Idade Média, os jogos tiveram algumas dificuldades quanto a sua aceitação pela sociedade. A Idade Média (476 - 1453) é estudada como uma transição da Antiguidade para a Idade Moderna. Época em que houve grandes transformações na organização política, social e econômica no continente europeu. Segundo Reis (2017), a educação tradicional e disciplinadora tomou força, por conta da consolidação da Igreja Católica. Os professores eram vistos como autoritários por possuírem o conhecimento e os estudantes eram considerados passivos. Era função do educador ensinar, sem espaço para utilizar jogos. De acordo com Kishimoto (2005), nesse período, o jogo não era considerado uma atividade séria, pois ainda era associado aos jogos de azar.

[5] Disponível em: https://brasildelonge.com/tag/astragalo/. Acesso em: 15 set. 2020

Figura 3 - Representação de um jogo de dados da era medieval

Fonte: Gizmodo[6]

Contudo, no Renascimento, a prática de jogos ganha um novo destaque. Ocorrido entre os séculos XIV e XVI, é reconhecido como um movimento econômico, cultural e político que se desenvolveu na Europa e marcou o início da Idade Moderna. É caracterizado pelo desenvolvimento técnico e científico, maior compreensão da filosofia e maior interesse pela beleza. Segundo Kassab (2010), o processo de civilidade durante o Renascimento, levou a uma série de novas normas educacionais e a discussão em torno de recursos lúdicos. Nesse sentido, Kishimoto (2005) observa a importância que o Renascimento atribui a atividades lúdicas para o desenvolvimento da inteligência das crianças.

> O jogo serviu para divulgar princípios de moral, ética e conteúdos de história, geografia e outros, a partir do Renascimento, o período de “compulsão lúdica”. O Renascimento vê a brincadeira como conduta livre que favorece o desenvolvimento da inteligência e facilita o estudo. Ao atender necessidades infantis, o jogo infantil torna-se forma adequada para a aprendizagem dos conteúdos escolares. (KISHIMOTO, 2005, p. 28)

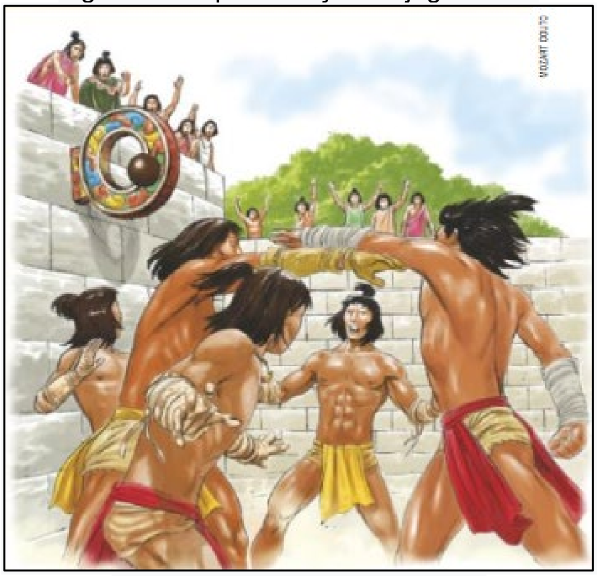
Wajskop (1995) afirma que os humanistas da época repararam as oportunidades educativas dos jogos e começaram a usá-los. Assim passaram a

[6] Disponível em: https://gizmodo.uol.com.br/dado-trapaceiro-noruega/. Acesso em: 1 out. 2020

acreditar que os jogos e brincadeiras eram uma maneira de resguardar a essência da criança, separando os jogos em “bons” e “maus”.

Durante esse período, no atual México, viviam os Astecas. Soustelle (2002) afirma que esse povo se entretinha com um jogo de bola chamado *tlachtli*[7] (Figura 4), esporte de elite que possuía uma significação esotérica. Além disso, havia também um jogo de azar chamado *patolli*[8] (Figura 5), que todas as classes sociais se aventuravam.

Figura 4 - Representação do jogo *tlachtli*

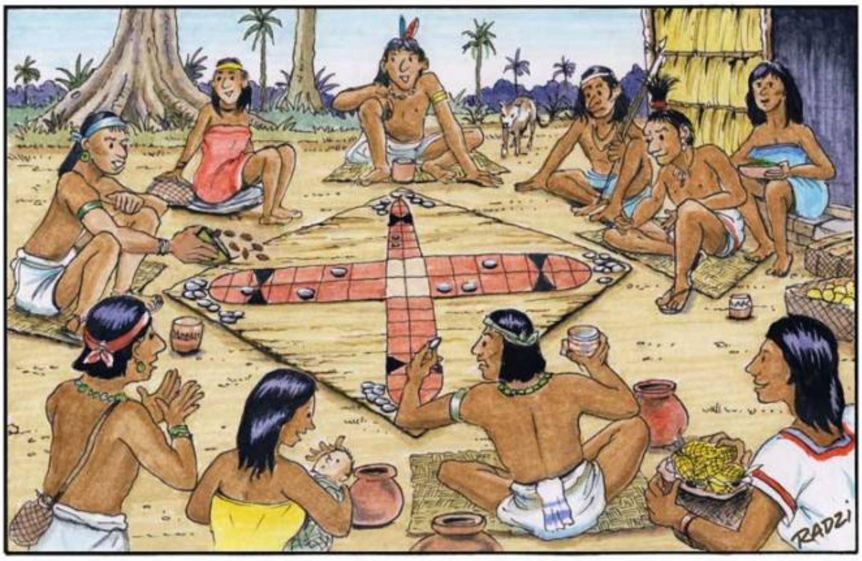


Fonte: BOULOS JUNIOR, 2009

[7]*Tlachtli*: jogo popular na época que assemelha com futebol e com basquete, pois a bola só podia ser jogada com os joelhos ou os quadris e os participantes tinham que lançá-la entre dois anéis pedra presos nas muralhas laterais, similar a uma cesta de basquete. O campo era em formato de T e bola de borracha pesada. (BOULOS JUNIOR, 2009)

[8] *Patolli:* jogo de tabuleiro que também era um ritual para o deus Machuilxochitl. Para jogar, cada jogador terá 6 peças e 6 itens de aposta, o objetivo do jogo é fazer com que cada peça se movesse por todo tabuleiro e voltasse para a posição inicial sem que os outros jogadores roubassem suas peças ou sua peça caísse em um espaço onde o jogador deveria perder a peça e oferecer uma de suas apostas para Machuilxochitl.

Figura 5 - Representação do jogo *patolli*



Fonte: Brincadeiras pelo mundo[9]

O Iluminismo, que tem como característica a liberdade econômica e política e defendia o uso da razão, tem como um de seus principais filósofos Jean-Jacques Rousseau (1712 – 1778), que pesquisava também sobre a Educação Infantil e jogos:

> [...] deixa claro que o ponto de partida para a execução deste ideal consiste em considerar a criança em seu mundo, isto é, o que ela é “antes de ser homem” e não partir simplesmente do ideal adulto para impô-lo verticalmente à criança, sem considerar suas manifestações próprias, sua capacidade imaginativa e criativa. (ROUSSEAU, apud DALBOSCO, 2007, p. 321)

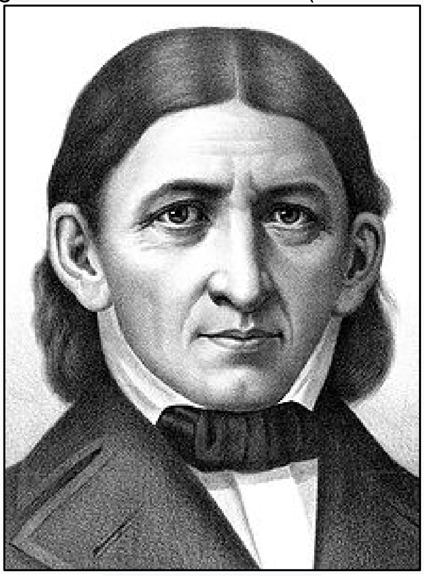
Além disso, segundo Cunha (2012), no século XVIII produziram-se os jogos com propósito de ensinar ciências à realeza e à aristocracia, mas acabaram se tornando populares. Friedrich Froebel (1782 - 1852) (Figura 6), pedagogo da época e o fundador do primeiro jardim de infância, acreditava que o jogo é benéfico para criança. Segundo Kishimoto (2002)

> Froebel foi influenciado pelo movimento a favor do jogo em sua época. Ao elaborar sua teoria da lei da conexão interna, jogo resulta em benefícios intelectuais, morais e físicos e o erige como elemento importante no desenvolvimento integral da criança. (KISHIMOTO, 2002, p. 64)

---

[9] Disponível em: https://cadeomanualblog.wordpress.com/2016/08/05/patolli-antigo-jogo-de-tabuleiro-asteca/ . Acesso em: 1 out. 2020

Figura 6 - Friedrich Froebel (1782-1852)



Fonte: Wikipédia[10]

No início do século XIX, criaram-se diversas novidades no ramo pedagógico e, com isso, os jogos foram incluídos no meio educacional. “Para ensinar matemática e física, utilizavam-se bolas, cilindros e cubos e, por meio de sua manipulação, as crianças estabeleciam relações matemáticas e aprendiam conceitos físicos e matemáticos.” (CUNHA, 2012, p. 94)

No final no século XIX e início do século XX surgiu o movimento Escola Nova, o qual herdava as visões de Froebel. Se tratava de um conjunto de princípios que se opõem ao ensino tradicional ocorrente na época. Segundo Cavalheiro e Teive (2013), o escolanovismo sugeria um ensino democrático que era caracterizado pela preocupação com o interesse da criança, adaptado para cada idade, manifestações sobre a liberdade do discente, entre outros aspectos que perduram até hoje. Dewey (1859 – 1952) foi o principal teórico do movimento, de acordo com Wajskop (1995). Ele enxergava a brincadeira como uma atividade livre e espontânea. No Brasil, por exemplo, com a influência do movimento modernista e a retomada do folclore, as brincadeiras eram vistas como experiências culturais, físicas e de recreação.

> Para Piaget (1975), os jogos contribuem para o desenvolvimento intelectual das crianças e tornam-se cada vez mais significativos à medida que estas se desenvolvem. Entretanto, esse recurso, para Piaget, não têm a capacidade de desenvolver conceitos na criança, mas por cumprirem um

[10] Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Friedrich_Fr%C3%B6bel . Acesso em: 1 out. 2020

> papel importante no desenvolvimento intelectual, promovem consequentemente a aprendizagem conceitual. (CUNHA, 2012, p. 94)

Além do Piaget (1896 – 1980), no século XX, Vygotsky (1896 - 1934) estudava o progresso das crianças e das vivências sociais e culturais por meio do jogo. De acordo com Cunha (2012), Vygotsky analisava a função do faz de conta no crescimento da criança, pois acreditava que o processo de amadurecimento era influenciado pela vivência da criança. “Para ele, também é importante a interdependência dos sujeitos durante o jogo, pois jogar é um processo social.” (CUNHA, 2012, p. 94)

Mais para frente na história, com o avanço da tecnologia, pode-se observar o nascimento dos jogos eletrônicos, sendo o *Tennis Programing*, também conhecido como *Tennis for Two* (Figura 7), o primeiro a ser criado. O jogo tinha uma linha horizontal que representava uma quadra de tênis e uma linha vertical a qual representava a rede. O primeiro jogador, apertando o botão em seu controlador, mandava a bola, um feixe de luz, sobre a rede para chegar ao outro lado da quadra. O segundo jogador devia rebater a bola, apertando o botão do seu controlador, a fim de que ela ultrapassasse a rede e voltasse para a quadra do adversário.

Figura 7 - Foto do *Tennis for Two*

Fonte: Uol[11]

[11] Disponível em: https://www.uol.com.br/start/ultimas-noticias/2017/02/26/inventor-do-primeiro-videogame-tambem-foi-um-dos-criadores-da-bomba-atomica.htm Acesso em: 15 ago. 2020

A partir daí, são notáveis os grandes avanços tecnológicos e junto com isso, uma evolução dos jogos chegando até os jogos digitais da forma atual. Além da função de entretenimento desses *games*, também foi-se vendo a importância que esses jogos têm para a aprendizagem. Para confirmar isso, vemos uma fala de Alves (2005)

> Na iteração com os jogos eletrônicos, essas funções cognitivas são intensificadas a cada dia, o que permite às crianças, adolescentes e adultos a descoberta de novas formas de conhecimento, que hoje também ocorre por meio da simulação de novos mundos. (ALVES, 2005, p. 21)

Para a autora, os jogos eletrônicos além de possibilitar a construção de conceitos vinculados aos aspectos sociais, cognitivos e culturais, também atuavam na Zona de Desenvolvimento Proximal dos Sujeitos, de forma lúdica, prazerosa e atrativa.

1.2. O uso do jogo na Escola e no ensino de Matemática

O uso do lúdico como uma ferramenta didática favorece um maior entendimento do assunto. Além disso, assiste no desenvolvimento do conhecimento e pode auxiliar na discussão de problemas do cotidiano. Segundo Roloff (2010), "[...] é através do lúdico (brincar) e da realidade (razão) que o professor pode construir situações de problematização que serão desencadeadoras de conhecimentos." (ROLOFF, 2010). Além disso, ele também cita que, através das aulas lúdicas, assuntos graves podem ser trabalhados, como, por exemplo, o bullying. Com essas indagações sobre a vida por meio do lúdico, o professor consegue estimular o discente pensar sobre o tema, pesquisar, criar soluções e levando o que aprendeu para a sua realidade.

Essa ferramenta didática possibilita o aprendizado de forma significativa. Silva e Kodama (2004) afirmam que a atuação do sujeito sobre o saber é enaltecida por dois fatores. O primeiro por proporcionar ao discente uma conexão positiva para a construção do conhecimento. Os estudantes vão ganhando autoconfiança, pois nos jogos são incentivados a indagar, retificar, analisar, organizar, entre outras coisas. Isso também ajuda aos que possuem dificuldades na matéria, a tornando interessante e atrativa. Outro ponto é o desenvolvimento do raciocínio.

> Os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar. Particularmente, a participação em jogos de grupo permite conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante, uma vez que poderão agir como produtores de seu conhecimento, tomando decisões e resolvendo problemas, o que consiste em um estímulo para o desenvolvimento da competência matemática e a formação de verdadeiros cidadãos. (SILVA e KODAMA, 2004, p. 3)

Por isso, o avanço da psicologia foi de grande importância para a utilização dos jogos para a aprendizagem. Piaget, Vygotsky, e Froebel, teóricos já citados, foram grandes incentivadores do uso de jogos e deram contribuições significativas nesse sentido no campo da psicologia. Além disso, segundo PCN de 5ª a 8ª Série (BRASIL, 1998) essa construção de problemas do cotidiano na sala de aula estimula a organização dos alunos, possibilitando o reconhecimento do erro, a procura por soluções e a correção natural, estimulando a evolução da habilidade matemática. Ademais, a interdisciplinaridade e a integração com o cotidiano e temas transversais (Ética, Pluralidade Cultural, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo) desenvolve as capacidades exigidas em cada ciclo.

Nessa mesma linha de raciocínio, Grando (2000) aponta que professores têm de aprender e entender componentes internos de seus discentes para, assim, guiá-los a um entendimento de forma significativa. Essa atitude da pesquisadora vai ao encontro do pensamento de Neves, Campos e Simões (2008). Segundo os pesquisadores, o jogo desenvolve os esquemas mentais de forma a impulsionar as funções psiconeurológicas e as operações mentais, motivando o raciocínio.

Os jogos focados no ensino são chamados de jogos pedagógicos. Cada um possui seu objetivo, uns para fixação da matéria outros para construção de um novo conceito, podendo até o mesmo jogo ter esses dois propósitos quando utilizados de diferentes maneiras. Para Moura (1992, *apud*

GRANDO, 2000), convém ao educador escolher esse objetivo por meio do seu planejamento.

Como visto anteriormente, pesquisadores, como Grando (2000), afirmam que os jogos são ferramentas importantes para auxiliar os professores a ensinarem e os estudantes a aprenderem. No ensino de Matemática, o uso de jogos se torna mais relevante, pois tem-se que, dentre todas as outras matérias, ela é uma das que mais gera desinteresse dos alunos. Com isso, o jogo é uma ferramenta para estimular os alunos no aprendizado da Matemática. Quanto a isso, Grando (2000) afirma que:

> Quando são propostas atividades com jogos para os alunos, a reação mais comum é de alegria e prazer pela atividade a ser desenvolvida: "- Oba! Que legal!". O interesse pelo material do jogo, pelas regras ou pelo desafio proposto envolvem o aluno, estimulando-o à ação. Este interesse natural pelo jogo já é concebido no senso comum. Entretanto, alguns educadores acreditam que, pelo fato de o aluno já se sentir estimulado somente pela proposta de uma atividade com jogos e estar durante todo o jogo, envolvido na ação, participando, jogando, isto garante a aprendizagem. (GRANDO, 2000, p. 26)

O PCN (BRASIL, 1998) também defendem a ideia de que o jogo é uma ferramenta para deixar mais atrativo ao aluno o conteúdo a ser apresentado. Além disso, também aponta que "Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções". (BRASIL, 1998, p. 46).

Segundo o PCN (BRASIL, 1998), além de atrair o aluno, os jogos influenciam diretamente na criação de métodos e estratégias com a finalidade de se vencer a partida. Essa forma de pensar sugere o uso da brincadeira como método para desenvolver o raciocínio na resolução de problemas matemáticos. Com isso, os jogos podem não ter de abordar em si o assunto matemático, mas ajuda a gerar as habilidades matemáticas.

> Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática (BRASIL, 1998, p.47)

Esse pensamento vai de acordo com o de Muniz (2010, p. 21 *apud* PASSOS 2017)

> Ainda segundo Muniz (2010, p. 21), também os jogos de reflexão permitem às crianças momentos para se avaliarem em relação a si mesmos e aos seus pares. Estes jogos não exploram necessariamente um conteúdo matemático, porém podem desenvolver competências como concentração, memória e pensamento lógico que são importantes para o processo de matematização. (PASSOS, 2017, p. 5)

Nesse sentido, acreditamos os jogos podem efetivamente desenvolver competências importantes para o pensamento lógico e o processo de matematização.

Capítulo 2 – O ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

2.1. Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) é um documento elaborado com a finalidade de direcionar as escolas brasileiras nas aprendizagens fundamentais desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Por ser um direcionamento, cada colégio tem a autonomia de utilizar estratégias pedagógicas que lhe forem convenientes, considerando suas especificidades como aspectos sociais e regionais, combinando com a BNCC (BRASIL, 2018).

Segundo a BNCC do Ensino Fundamental - Anos Finais (BRASIL, 2018), o estudo de sequências aparece inicialmente no 7º ano associado ao objeto de conhecimento: Linguagem Algébrica. O texto sugere articulações interdisciplinares com a literatura a arte destacando as seguintes habilidades:

> (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
> (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica
> (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. (BRASIL, 2018, p. 307)

Para o 8º ano as habilidades focadas em sequência são as 10 e 11 que propõem

> (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
> (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. (BRASIL, 2018, p. 313)

Com respeito ao Ensino Médio, vê-se que, se diferenciando um pouco do Ensino Fundamental, as habilidades a serem alcançadas não são divididas por séries. Nota-se que elas estão atreladas à cada competência específica do Ensino Médio. Isso implica em uma flexibilidade na definição anual do currículo e da proposta pedagógica de cada escola.

Visto isso, tem-se que as habilidades que tratam das progressões aritméticas e progressões geométricas estão associadas a Competência Específica 5. Tal competência tem como objetivo fazer com que o aluno seja capaz de:

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 540)

Atreladas a essa competência observam-se duas habilidades associadas às progressões:

> (EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas
> (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (BRASIL, 2018, p. 541)

Portanto, vê-se que o ensino de sequências está proposto na BNCC (BRASIL, 2018) tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Essas propostas também servirão de base para o objeto de estudo que será discutido nesse artigo.

2.2. Livro didático

Para exemplificar o estudo de sequências numéricas, foram escolhidas[12] duas coleções de livros didáticos aprovados pelo Programa

---

[12] A escolha dessas coleções deve-se ao fato da possibilidade de acesso pela autora.

Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD): um do Ensino Fundamental, “Araribá mais Matemática” (2018); e outro do Ensino Médio, “Ciência e Suas Aplicações” (2016).

2.2.1. Araribá mais Matemática (GAY; SILVA, 2018)

Na coleção de livros didáticos “Araribá mais Matemática” (2018) observa-se a utilização da palavra “sequência” no 6º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, primeiramente, ao se tratar do conjunto dos números naturais. Um pouco mais a frente apresenta-se os números naturais pares e ímpares, múltiplos e a identificação de termos de uma sequência com um padrão específico.

Como visto, o estudo de sequências inicia no 7º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, então começamos analisando o livro dessa série desta coleção. Observa-se que primeiramente sequência é vista relacionada a múltiplos, números inteiros. Após isso, há um estudo mais aprofundado sobre sequências numéricas, que faz parte do Capítulo de cálculo algébrico, no qual o objetivo é saber representar os termos por meio de expressões algébricas, por exemplo: “A sequência dos números naturais pares é (0, 2, 4, 6, ...). Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 2.(n-1)$ ou, ainda, $a_n = 2n - 2$” (GAY; SILVA, 2018, v.6, p. 149). Além disso, também é discutido sequências recursivas, sem a utilização de fórmulas. Como curiosidade cita-se a Sequência de Fibonacci[13] e as planilhas eletrônicas.

No volume do 8º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais desta coleção faz-se, no primeiro Capítulo, uma abordagem sobre potenciação e radiciação, uma revisão do conjunto dos números naturais e dos inteiros utilizando o termo “sequência”. Em uma das questões apresentadas, há um exemplo de progressão aritmética sem citar. Observe a Figura 8.

[13] “A sequência de Fibonacci tem origem em um problema proposto pelo matemático Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, no livro Liber Abaci, de 1202, sobre o crescimento de uma população de coelhos. Observe esta sequência: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...). Note que os dois primeiros termos dessa sequência são iguais a 1 e que todo termo, a partir do terceiro, é obtido adicionando-se os dois termos imediatamente anteriores.” (GAY; SILVA, 2018, p. 152)

Figura 8 - Questão sobre sequência

7 Descubra o próximo número de cada sequência numérica.

a) (15, 30, 45, 60, 75, ■) 90
b) (100, 90, 80, 70, 60, ■) 50
c) (3, 6, 9, 12, 15, ■) 18
d) (204, 212, 220, 228, 236, ■) 244

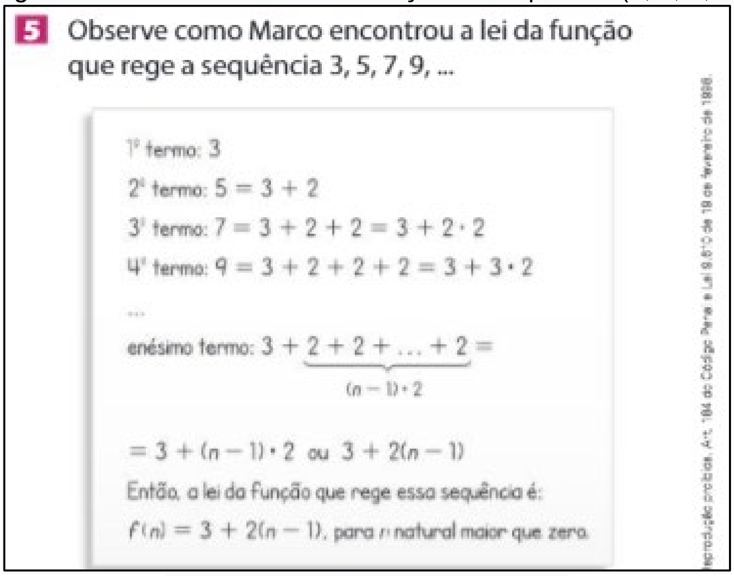
Fonte: GAY; SILVA (2018, p. 14)

A palavra sequência aparece novamente no Capítulo 7 desse volume em que é abordado o conteúdo cálculo algébrico.

> Também podemos utilizar a linguagem algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. Vamos considerar a sequência dos números naturais positivos múltiplos de 10 que começa no número 10. (10, 20, 30, 40, 50, ...). (...) o enésimo termo pode ser expresso por 10.n, em que n é um número natural maior ou igual a 1. (GAY; SILVA), 2018, p. 178)

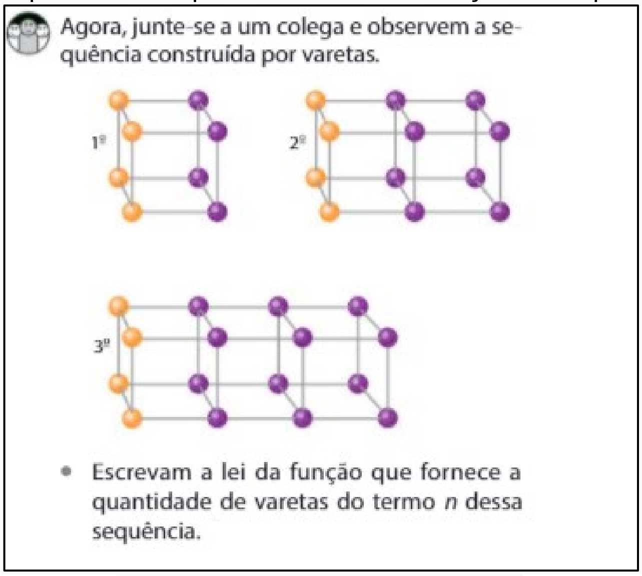
No último volume da coleção (volume 9), também há no começo uma revisão dos conjuntos numéricos em que a palavra sequência é utilizada. Após isso, observa-se a utilização de sequências relacionadas ao estudo da função afim. As figuras abaixo são uma atividade complementar do livro em que primeiramente mostra como se descobre a lei da função da sequência (3, 5, 7, 9, ...) e depois pede para descrever a lei da função da sequência feita por varetas. (Figura 9 e 10)

Figura 9 - Questão sobre lei da função da sequência (3, 5, 7, 9)



Fonte: GAY; SILVA (2018. p. 214)

Figura 10 - Complemento da questão sobre lei da função da sequência (3, 5, 7, 9)



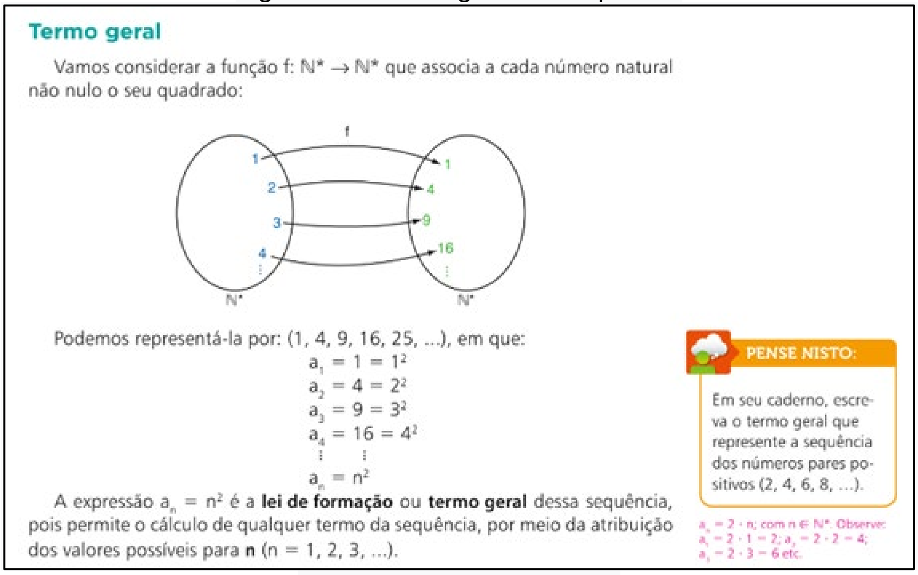
Fonte: GAY; SILVA (2018, p. 214)

2.2.2. Ciência e Suas Aplicações (IEZZI, et all, 2016)

Dos vários livros de Matemática do Ensino Médio, percebeu-se que a maioria, dos que foram analisados, tem o conteúdo de sequências e progressão aritmética no 1º ano do Ensino Médio. Para o nosso estudo escolhemos, como já informado, os livros da coleção "Ciência e Suas Aplicações" (2016).

No volume do 1º ano dessa coleção aborda-se o conteúdo de sequências, dando-se inicialmente a seguinte definição: “uma função cujo domínio é $\mathbb{N}^*= \{1, 2, 3, ...\}$ é chamada sequência numérica infinita. Se o domínio de f é $\{1,2,3, ..., n\}$ em que $n \in \mathbb{N}^*$, temos uma sequência numérica finita.”. A partir daí, o livro continua falando sobre sequências explicando sobre suas propriedades, como lei de formação ou termo geral e lei de recorrência. É possível ver que os autores deram certa relevância no conteúdo de sequências, o que é importante para entender as progressões aritméticas. (Figura 11)

Figura 11 - Termo geral da sequência



Termo geral

Vamos considerar a função $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ que associa a cada número natural não nulo o seu quadrado:

Podemos representá-la por: (1, 4, 9, 16, 25, ...), em que:

$$a_1 = 1 = 1^2$$
$$a_2 = 4 = 2^2$$
$$a_3 = 9 = 3^2$$
$$a_4 = 16 = 4^2$$
$$\vdots \quad \vdots$$
$$a_n = n^2$$

A expressão $a_n = n^2$ é a **lei de formação** ou **termo geral** dessa sequência, pois permite o cálculo de qualquer termo da sequência, por meio da atribuição dos valores possíveis para **n** ($n = 1, 2, 3, ...$).

PENSE NISTO:

Em seu caderno, escreva o termo geral que represente a sequência dos números pares positivos (2, 4, 6, 8, ...).

$a_n = 2 \cdot n$; com $n \in \mathbb{N}^*$. Observe: $a_1 = 2 \cdot 1 = 2$; $a_2 = 2 \cdot 2 = 4$; $a_3 = 2 \cdot 3 = 6$ etc.

Fonte: IEZZI (2016, p. 172)

No próximo Capítulo os autores começam a falar de PA definindo-a como “[...] uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante. Essa constante é chamada razão da PA e é indicada por r.” (p.172). A partir da razão, o livro classifica as progressões aritméticas em crescente ($r > 0$), decrescente ($r < 0$) ou constante ($r = 0$), veja Figura 12.

Figura 12 - Classificação das PA

Classificação

De acordo com a razão, podemos classificar as progressões aritméticas da seguinte forma:

- Se $r > 0$, cada termo é maior que o anterior, isto é, $a_n > a_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Dizemos, então, que a P.A. é **crescente** (veja os itens *a*, *b* e *d* do exemplo 2).
- Se $r < 0$, cada termo é menor que o anterior, isto é, $a_n < a_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Dizemos, então, que a P.A. é **decrescente** (veja os itens *c* e *e* do exemplo 2).
- Se $r = 0$, todos os termos da P.A. são iguais. Dizemos, então, que ela é **constante** (veja o item *f* do exemplo 2).

Fonte: IEZZI (2016, p. 175)

Depois disso, o livro fala sobre o termo geral da progressão aritmética, mostrando exemplos de relações entre dois termos para deduzir a fórmula, que é usualmente decorada (Figura 13).

Figura 13 - Termo geral da PA

Termo geral da P.A.

Vamos agora encontrar uma expressão que nos permita obter um termo qualquer da P.A., conhecendo apenas o 1º termo e a razão.

Seja uma P.A. $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$ de razão **r**. Temos:

$$a_2 - a_1 = r \Rightarrow \boxed{a_2 = a_1 + r}$$

$$a_3 - a_2 = r \Rightarrow a_3 = a_2 + r \Rightarrow \boxed{a_3 = a_1 + 2r}$$

$$a_4 - a_3 = r \Rightarrow a_4 = a_3 + r \Rightarrow \boxed{a_4 = a_1 + 3r}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

De modo geral, o termo $\mathbf{a_n}$, que ocupa a n-ésima posição na sequência, é dado por:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r}$$

Essa expressão, conhecida como **fórmula do termo geral da P.A.**, permite-nos expressar qualquer termo da P.A. em função de $\mathbf{a_1}$ e **r**. Assim, por exemplo, podemos escrever:

- $a_4 = a_1 + 3r$
- $a_{12} = a_1 + 11r$
- $a_{32} = a_1 + 31r$

$a_{10} = a_7 + 3r$; observe:
$(\ldots, \ldots, \ldots, \ldots, \ldots, \ldots, a_7, \ldots, \ldots, a_{10})$
$a_7 + r = a_8$
$a_7 + 2r = a_9$
$a_7 + 3r = a_{10}$

PENSE NISTO:

Como podemos expressar o 10º termo de uma P.A. em função apenas do 7º termo e da razão?

Fonte: IEZZI (2016, p. 175)

Continuando nesse Capítulo, o livro fala sobre a soma de um número finito de termos da PA e, para isso, contextualiza o tema utilizando a história de Carl F. Gauss (1777 - 1855). Essa história diz que Gauss deixou seu professor surpreso ao responder com rapidez a resposta da soma 1 + 2 + 3 + ... + 100. Depois, o livro explica o método utilizado por ele para resolver o problema e, a partir dessa ideia, desenvolve e generaliza esse raciocínio para se chegar à fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PA (Figura 14 e 15).

Figura 14 - Solução de Gauss para o problema

Soma dos n primeiros termos de uma P.A.

Muitas foram as contribuições do alemão Carl F. Gauss (1777-1855) à ciência e, em particular, à Matemática. Sua incrível vocação para a Matemática se manifestou desde cedo, perto dos dez anos de idade. Conta-se que Gauss surpreendeu seu professor ao responder, em pouquíssimo tempo, o valor da soma $(1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100)$

Que ideia Gauss teria tido?

Provavelmente, ele notou que na P.A. (1, 2, 3, ..., 98, 99, 100) vale a seguinte propriedade:

$$\begin{cases} a_1 + a_{100} = 1 + 100 = 101 \\ a_2 + a_{99} = 2 + 99 = 101 \\ a_3 + a_{98} = 3 + 98 = 101 \\ \vdots \\ a_{50} + a_{51} = 50 + 51 = 101 \end{cases}$$

Assim, Gauss teria agrupado as 100 parcelas da soma em 50 pares de números cuja soma é 101, obtendo como resultado $50 \cdot 101 = 5050$.

Um raciocínio equivalente ao usado por ele consiste em escrever, de "trás para frente", a soma $S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100$ (1)

$$S = 100 + 99 + 98 + ... + 3 + 2 + 1 \quad (2)$$

Adicionando (1) e (2), de acordo com o esquema a seguir, temos:

$$\begin{array}{lcccccccccccccc} (1)\ S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & 98 & + & 99 & + & 100 \\ + \\ (2)\ S & = & 100 & + & 99 & + & 98 & + & \dots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\ \hline & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2 \cdot S & = & \multicolumn{13}{c}{\underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101}_{\text{cem parcelas}}} \end{array}$$

Assim, $2 \cdot S = 100 \cdot 101$

$$S = \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$$

Fonte: IEZZI (2016, p. 178)

Figura 15 - Demonstração da soma de uma PA infinita

Observe que 100 corresponde ao número de termos da P.A., e 101 é a soma dos termos extremos dessa P.A. $(a_1 + a_{100} = 1 + 100 = 101)$.

Vamos agora generalizar esse raciocínio para uma P.A. qualquer, mostrando a seguinte propriedade:

A soma dos **n** primeiros termos da P.A. $(a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$ é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

De fato, como a sequência $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ é uma P.A. de razão **r**, podemos escrevê-la na forma:

$$(a_1, \underbrace{a_1 + r}_{a_2}, \underbrace{a_1 + 2r}_{a_3}, \ldots, \underbrace{a_n - 2r}_{a_{n-2}}, \underbrace{a_n - r}_{a_{n-1}}, a_n)$$

Vamos calcular a soma dos **n** primeiros termos dessa P.A., que indicaremos por S_n. Repetindo o raciocínio anterior, temos:

$$\begin{array}{rcccccccccccccc} ① & S_n & = & a_1 & + & (a_1 + \cancel{r}) & + & (a_1 + \cancel{2r}) & + & \ldots & + & (a_n - \cancel{2r}) & + & (a_n - \cancel{r}) & + & a_n \\ + & & & & & & & & & & & & & & & \\ ② & S_n & = & a_n & + & (a_n - \cancel{r}) & + & (a_n - \cancel{2r}) & + & \ldots & + & (a_1 + \cancel{2r}) & + & (a_1 + \cancel{r}) & + & a_1 \\ \hline & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$2 \cdot S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \ldots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n)}_{\textbf{n} \text{ parcelas}}$$

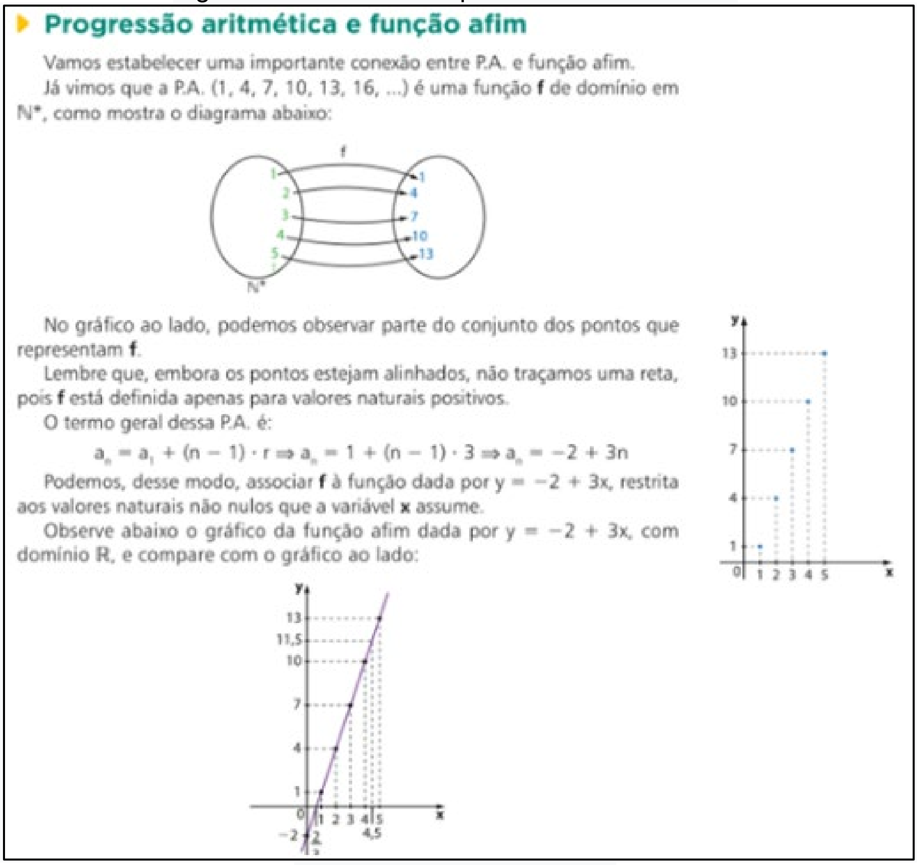
$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) \cdot n \Rightarrow S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

PENSE NISTO:

Fonte: IEZZI (2016, p. 178)

Por último, o livro relaciona com função afim, falando da restrição do domínio e comparando os gráficos. (Figura 16).

Figura 16 - Soma dos n primeiros termos da PA



Progressão aritmética e função afim

Vamos estabelecer uma importante conexão entre P.A. e função afim.

Já vimos que a P.A. (1, 4, 7, 10, 13, 16, ...) é uma função **f** de domínio em $\mathbb{N}^*$, como mostra o diagrama abaixo:

No gráfico ao lado, podemos observar parte do conjunto dos pontos que representam **f**.

Lembre que, embora os pontos estejam alinhados, não traçamos uma reta, pois **f** está definida apenas para valores naturais positivos.

O termo geral dessa P.A. é:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 \Rightarrow a_n = -2 + 3n$$

Podemos, desse modo, associar **f** à função dada por $y = -2 + 3x$, restrita aos valores naturais não nulos que a variável **x** assume.

Observe abaixo o gráfico da função afim dada por $y = -2 + 3x$, com domínio $\mathbb{R}$, e compare com o gráfico ao lado:

Fonte: IEZZI (2016, p. 181)

Observa-se que conceito de sequências começou a ser apresentado a partir de funções e terminou com o conteúdo PA sendo explorado também associado às funções, mas de uma maneira mais abstrata, consolidando o conceito.

Capítulo 3 – O material didático – Acitemtirap

3.1. Descrição

Figura 17 - Logo Acitemtirap

Fonte: Compilação da autora

O jogo teve como inspiração o Rummikub, que é similar ao jogo popular buraco (biriba ou canastra). Aquele é composto por 104 pedras numeradas de 1 a 13, divididas em 4 cores (preto, laranja, azul e vermelho), além de duas pedras-curinga e quatro suportes. O objetivo é acabar com todas as cartas do seu suporte, para isso, os jogadores deverão formar sequências de razão 1 ou grupo.

O Acitemtirap é um jogo de cartas que contextualiza situações de estudo de progressões aritméticas. Assim como o Rummikub, este jogo incentiva a criação de sequências (progressões aritméticas), mas, nesse caso, com qualquer razão maior ou igual a zero. Por isso, aumentou-se o total de cartas para que ampliasse a possibilidade de sequências que podem ser construídas.

Dessa forma, jogo é composto de dois conjuntos de cartas, sendo cada um deles formado por 82 cartas, das quais duas são curingas e o restante divididas em quatro grupos, cada grupo numerado de 1 a 20, nas seguintes cores: azul, laranja, marrom e verde. Além dos suportes que devem ser utilizados por cada jogador para apoiar suas cartas.

3.2. Pontuação

A contagem dos pontos é feita pela soma dos valores das razões de cada sequência. Observe o exemplo.

Suponha que o jogador tenha abaixado as seguintes sequências:

Primeira (Figura 18): A razão dessa progressão aritmética é igual a dois, logo a pontuação recebida será dois.

Figura 18 - Exemplo da primeira sequência abaixada

Fonte: Compilação da autora

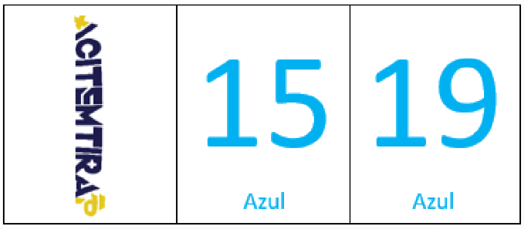
Segunda (Figura 19): A pontuação será igual a zero, por causa da razão.

Figura 19 - Exemplo da segunda sequência abaixada

Fonte: Compilação da autora

Terceira (Figura 20): Observe que o curinga está substituindo o número onze, pois a diferença entre dezenove e quinze é quatro, logo o valor antes do quinze é o onze. A razão dessa progressão aritmética é quatro, portanto a pontuação dessa jogada será quatro.

Figura 20 - Exemplo da terceira sequência abaixada



Fonte: Compilação da autora

O total de pontos feito por esse participante será a soma das razões dessas progressões aritméticas, logo 2 + 0 + 4 = 6. Assim, esse jogador obteve pontuação igual a seis.

3.3. Regras do jogo

Inicialmente cada jogador deverá comprar doze cartas aleatoriamente e colocá-las nos seus respectivos suportes, as restantes devem ser colocadas dentro do saco. Após isso, os jogadores decidirão entre si qual deles começará o jogo. A ordem dos participantes deverá obedecer ao sentido horário.

A cada rodada, os jogadores, em sua vez, poderão fazer apenas uma das seguintes ações:

- Colocar uma e, somente uma, sequência[14] de cartas na mesa, as quais devem ter todas as cores iguais ou todas as cores diferentes;
- Fazer uma, e somente uma, das manobras (veja o tópico “Manobras”);
- Comprar uma carta e, caso consiga, pode efetuar um dos itens anteriores.

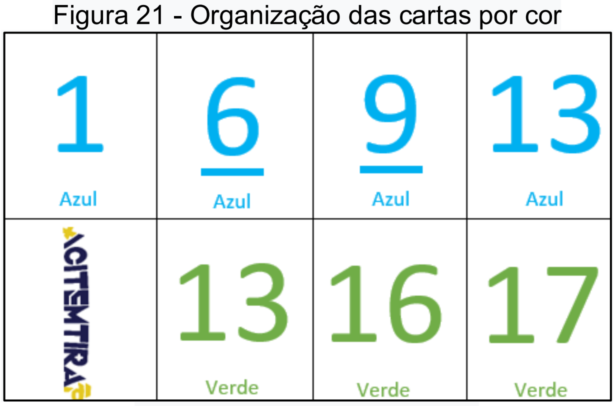
As rodadas se repetirão até o final do jogo (veja no tópico “Fim do jogo”).

3.3.1. Preparação

Para facilitar, as cartas podem ser organizadas no suporte por:

- Cores: um conjunto de cartas da mesma cor, as quais estão em ordem crescente. (Figura 21)

Figura 21 - Organização das cartas por cor



Fonte: Compilação da autora

[14] Sequência será um conjunto de no mínimo 3 cartas que formem uma progressão aritmética, sendo elas com todas as cores iguais ou todas as cores diferentes.

- Sequências (Figura 22)

Figura 22 - Organização das cartas por sequências

Fonte: Compilação da autora

- Grupos: três ou quatro cartas de mesmo número e cores diferentes (Figura 23)

Figura 23 - Organização das cartas por grupos

Fonte: Compilação da autora

3.3.2. O jogo

Para começar, o primeiro jogador deverá olhar em seu suporte para ver se, com as cartas compradas do saco inicialmente, tem alguma sequência formada com elas. Ocorrendo isso, ele deverá baixá-la na mesa virado para si. Caso contrário, ele deverá comprar uma carta e colocá-la entre as outras que estão em sua posse. Após isso, analisar novamente seu conjunto de cartas para verificar se com essa compra alguma sequência poderá ser formada. Se isso acontecer. poderá abaixá-la, se não, ele deverá passar a vez para o jogador seguinte.

Os próximos participantes poderão fazer uma das ações que o primeiro fez. Entretanto, além dessas jogadas, eles poderão fazer uma manobra. Veja exemplos no item “Manobras”.

É importante frisar que os jogadores só poderão fazer apenas uma das três ações. Então, é essencial que cada jogador analise bem cada ação que ele fará para elaborar a sua estratégia de jogo. Por fim, as rodadas irão se repetindo até que chegue ao fim do jogo.

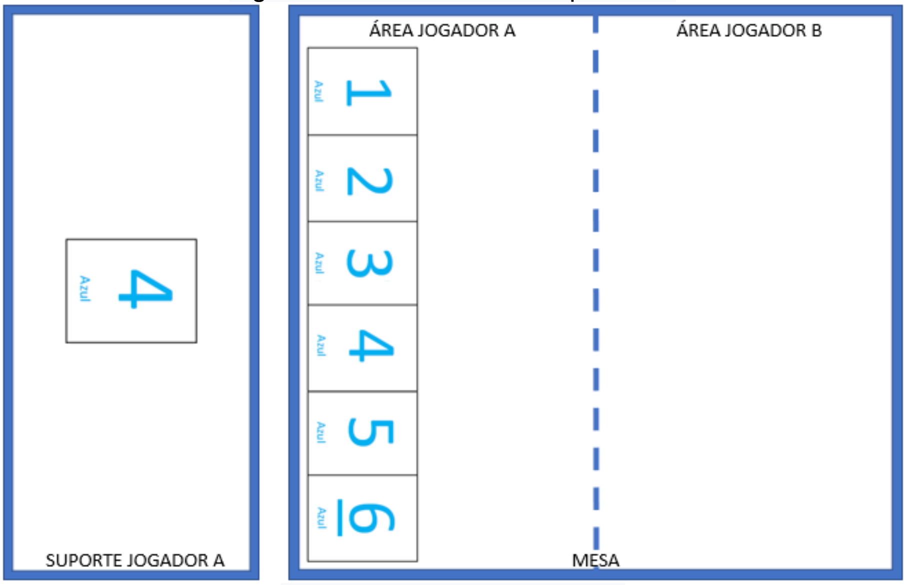
3.3.3. Manobras

Manobrar é reorganizar as sequências da mesa para mexer na pontuação, seja sua, seja dos seus adversários. Não é permitido realizar as manobras sem que o participante baixe pelo menos uma carta. Além disso, todas as cartas da mesa deverão permanecer lá, isto é, não vale pegar uma carta da mesa e colocar de volta no suporte. Caso um jogador mexa na PA de outrem, ele deverá deixar para o adversário uma sequência com pelo menos uma carta da sequência original. Observe as manobras que podem ser realizadas durante o jogo:

3.3.3.1. Separando

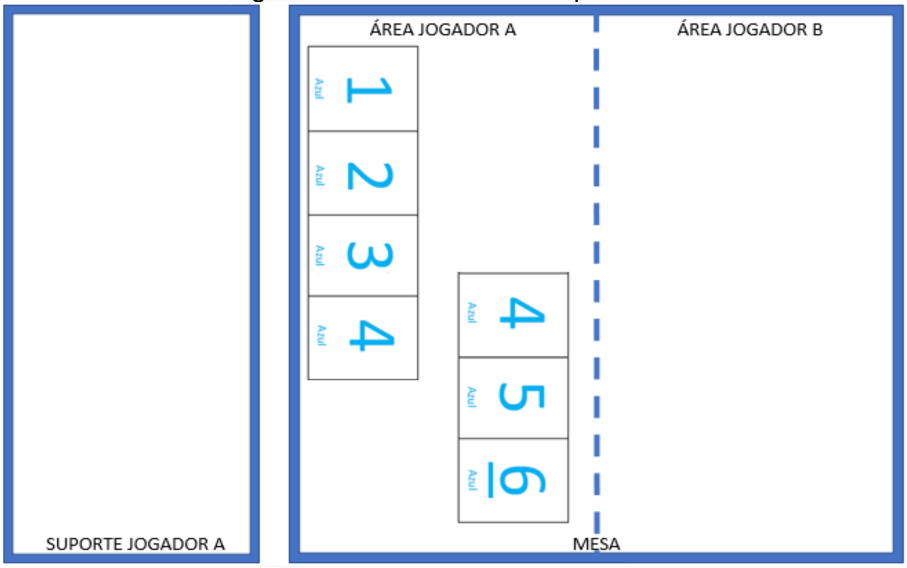
Considere a seguinte situação de jogo (Figura 24). A partir dessa situação, o jogador pode separar uma sequência em duas ou mais sequências, utilizando cartas repetidas (no caso, a carta repetida foi a carta de número 4). Com essa jogada, em vez de uma sequência de razão 1, o jogador ficará com duas sequências de razão 1, aumentando sua pontuação (Figura 25).

Figura 24 - Pré manobra "Separando"



Fonte: Compilação da autora

Figura 25 - Pós manobra "Separando"



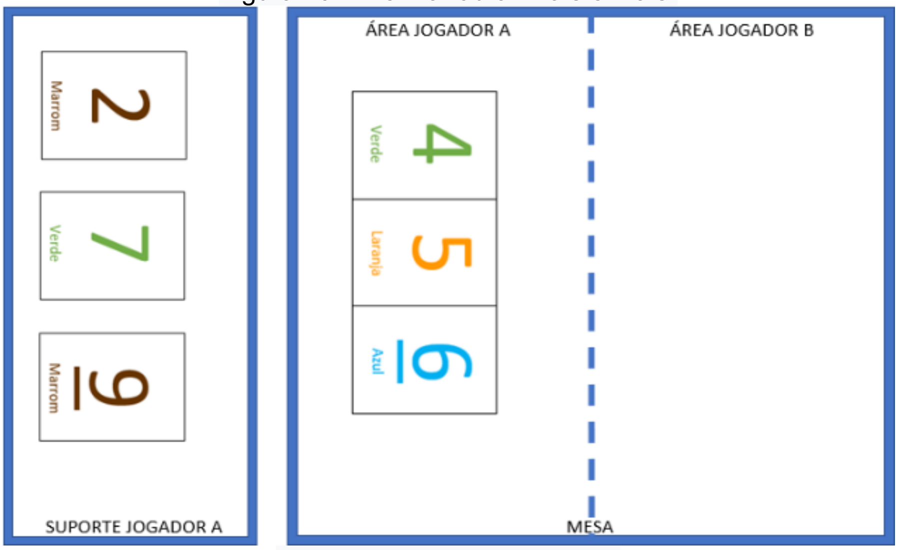
Fonte: Compilação da autora

3.3.3.2. Mais e Mais

Essa manobra tem o objetivo de aumentar a razão de uma sequência que está na mesa e, assim, adquirir mais pontos. Observe o exemplo a seguir:

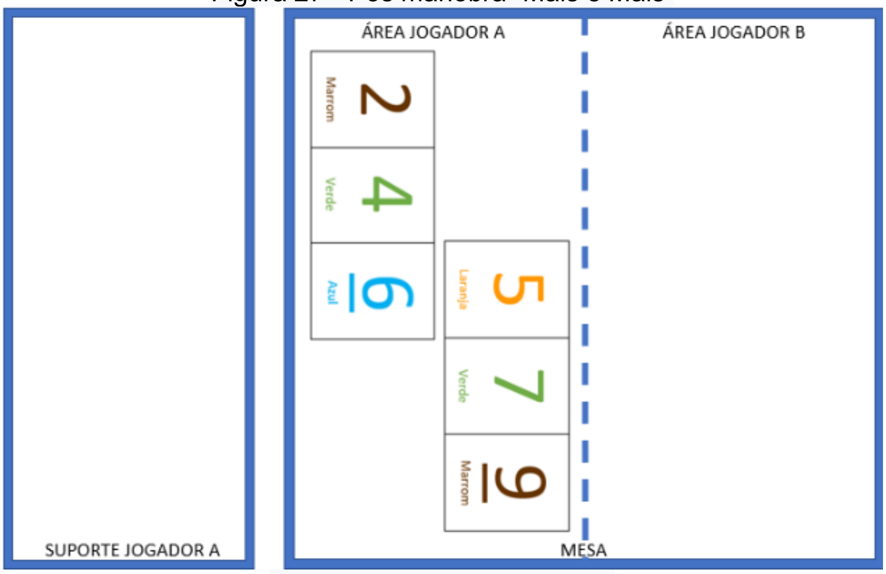
As cartas 4 verde, 5 laranja e 6 azul estão na mesa e o jogador possui 2 marrom, 7 verde e 9 marrom em seu suporte (Figura 26). Ele retira a 5 laranja da sequência da mesa e coloca a 2 marrom. Como a carta 5 não pode ficar sozinho na mesa e nem voltar para o suporte, utilizou-se a 7 verde e a 9 marrom para construir uma nova sequência. Consequentemente, aumentou razão da mesa de 1 para 2 e formou uma nova PA de razão 2 (Figura 27).

Figura 26 - Pré manobra “Mais e Mais”



Fonte: Compilação da autora

Figura 27 - Pós manobra “Mais e Mais”



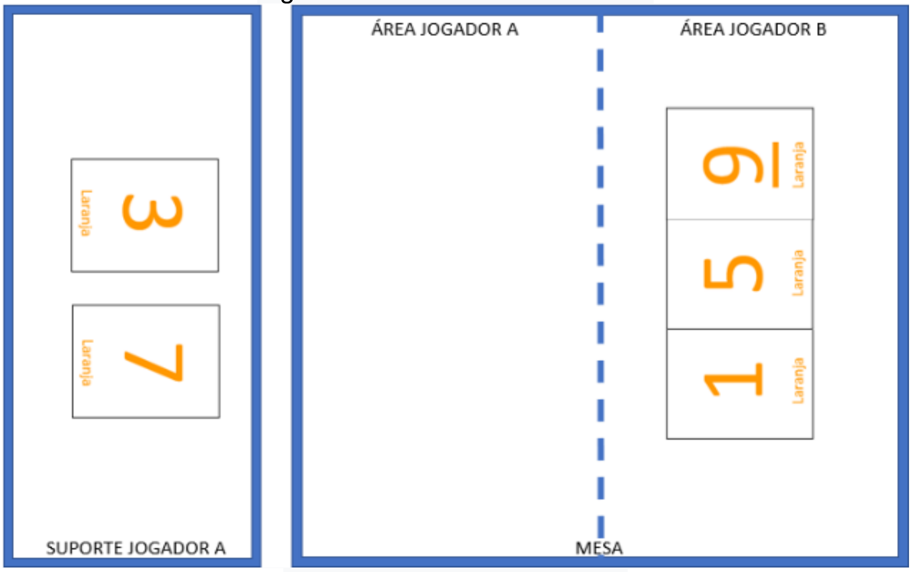
Fonte: Compilação da autora

3.3.3.3. Menos

O intuito dessa manobra é diminuir a razão de uma sequência do adversário que está na mesa e, dessa forma, diminuindo os pontos dele. Analise o exemplo a seguir:

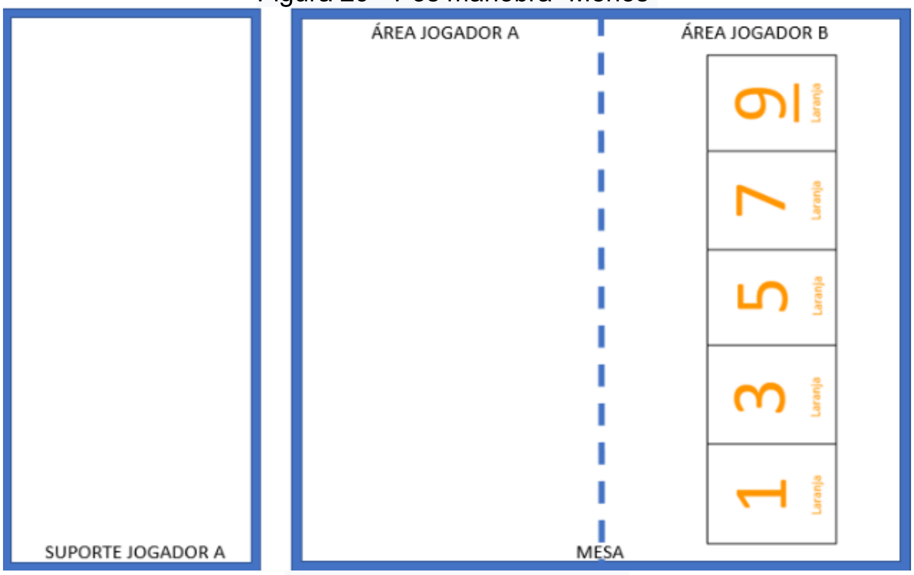
As cartas 3 laranja e 7 laranja estão no suporte do jogador A e o jogador B baixou na mesa a sequência laranja 1-5-9 (Figura 28). O jogador A coloca 3 laranja entre o 1 e 5 e 7 laranja entre o 5 e 9 (Figura 29), com isso, diminuindo a razão PA do jogador B, e, consequentemente, sua pontuação.

Figura 28 - Pré manobra “Menos”



Fonte: Compilação da autora

Figura 29 - Pós manobra “Menos”



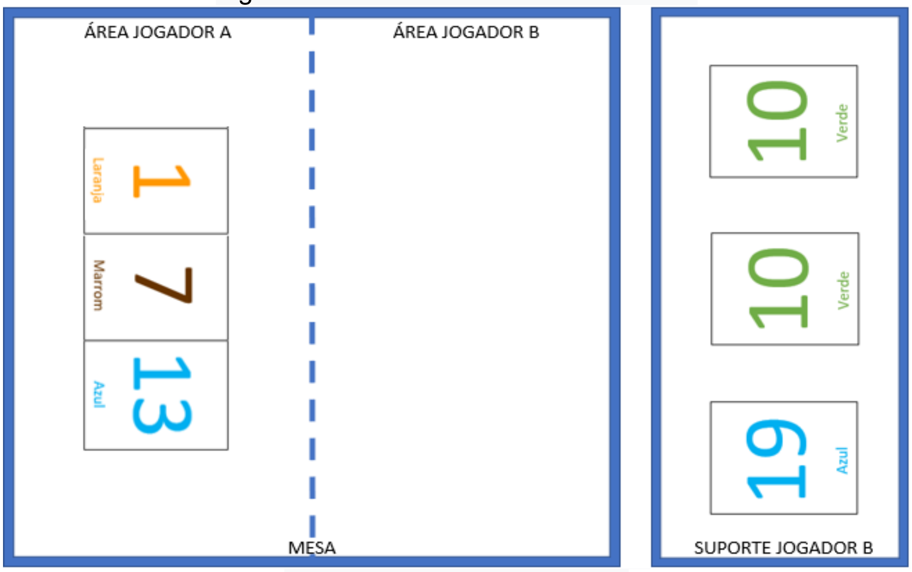
Fonte: Compilação da autora

3.3.3.4. Menos e Mais

Esta manobra é uma junção das duas manobras anteriores. Tem como finalidade diminuir a razão de uma sequência de seu oponente que está na mesa e, além disso, construir uma nova sequência para você com as cartas que sobraram após a diminuição, juntamente com as de seu suporte. Veja o exemplo a seguir:

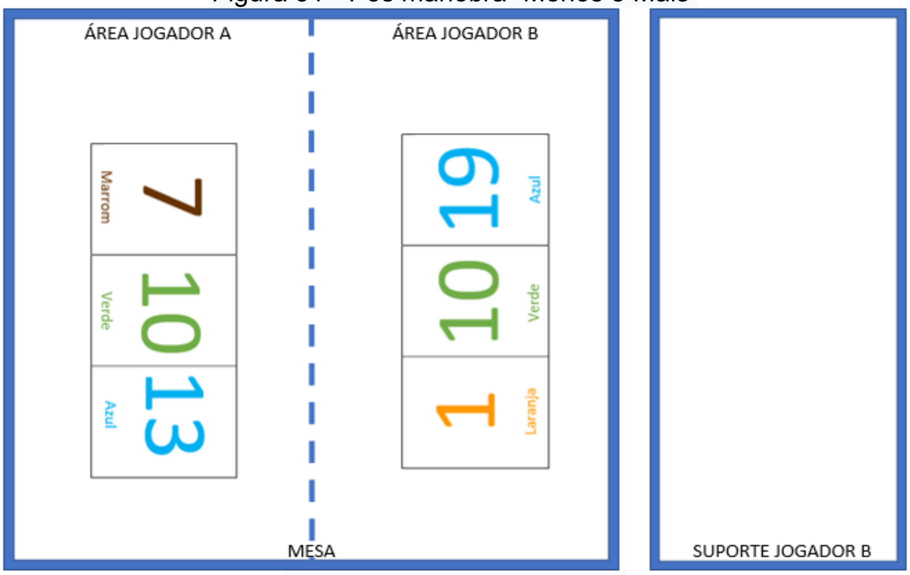
O jogador A baixou a sequência 1-7-13 de cores laranja, marrom e azul, respectivamente. Já o jogador B possui em seu suporte duas 10 verdes e uma 19 azul (Figura 30). O jogador B retira a 1 laranja da sequência do adversário e coloca a 10 verde entre as cartas 7 e 13. Após isso, utilizando as de seu suporte e a que já estava na mesa, o jogador A forma uma PA de razão 9, sendo ela 1 – 10 – 19, laranja, verde e azul, respectivamente (Figura 31). Dessa forma, o jogador A teve sua pontuação reduzida de 6 para 3 e o jogador B ganhou 9 pontos com a sequência construída.

Figura 30 - Pré manobra “Menos e Mais”



Fonte: Compilação da autora

Figura 31 - Pós manobra “Menos e Mais”



Fonte: Compilação da autora

3.3.3.5. Usando “Trincas”

Em uma sequência formada por números iguais, a razão é igual a zero (Figura 32). Por esse motivo, o uso desse tipo de sequência, em geral, não é estimulado. Contudo, o jogador poderá usá-la para acabar com as cartas do seu suporte e finalizar o jogo. Neste caso, o jogador que finaliza o jogo ganha 9 pontos. (veja no tópico “Fim do jogo”).

Figura 32 - Exemplo de "trinca"

Fonte: Compilação da autora

3.3.3.6. Usando o Curinga

A carta curinga desempenha a mesma função do que em outros jogos: substituir a carta que está faltando.

Por exemplo, na Figura 33, a carta curinga está no lugar de um 14 marrom, formando então uma sequência que vale 4 pontos.

Figura 33 - Exemplo usando curinga 1

Fonte: Compilação da autora

No exemplo a seguir, o curinga está substituindo ou um 20 marrom ou 20 verde, ambas serviriam para formar a PA de razão 6 com todas as cores diferentes (Figura 34).

Figura 34 - Exemplo usando curinga 2

Fonte: Compilação da autora

Vale ressaltar que esses são apenas exemplos das manobras, outras jogadas serão análogas as que estão descritas.

3.3.4. Manobras não permitidas

1. Converter a sequência crescente da mesa do adversário em decrescente.
2. Pegar uma sequência do oponente e torná-la sua.

3.3.5. Fim do jogo

O jogo finaliza quando acontece um desses casos:

- um dos jogadores esvazia o suporte de cartas e, assim, esse participante recebe automaticamente 9 pontos;
- acabarem as cartas do saco;
- término do tempo estipulado pelo docente. (recomendável: máximo de trinta minutos).

Ganha, quem ao final do jogo tiver a maior pontuação. Caso haja empate, os jogadores deverão tirar uma carta aleatoriamente do saco e quem retirar a de maior valor ou o curinga, ganhará. Se as cartas retiradas forem de mesmo valor, esse processo se repetirá.

3.4. Kit do jogo

3.4.1. Componentes

- 2 grupos de 80 cartas 3,7 cm x 4,75 cm numeradas de 1 a 20 (4 cores: laranja, azul, marrom e verde);
- 4 cartas-curinga;
- 1 saco de TNT para colocar as cartas;

- 6 suportes para o apoio das cartas;
- 164 sacos protetores de carta (*Sleeve*) 4,3 cm x 6,5 cm (utilizado para a proteção das cartas).

Figura 35 - Material concreto

Fonte: Compilação da autora

3.4.2. Produção

As cartas foram impressas em papel A4 e coladas em um papel cartão de cor preta com o intuito de deixar o material mais rígido. Após isso, foram cortadas e inseridas nos Sleeve para resistência. Depois, foram colocadas no saco de TNT para deixar o jogo mais organizado e para os jogadores não verem as cartas e, assim, não escolherem qual o beneficiará.

O suporte para as cartas foi feito com caixa de papelão e pintado com tinta acrílica em aerossol branca, com tamanho de 20 cm x 7,5 cm x 3 cm. O suporte não é essencial para o andamento do jogo, foi produzido para maior comodidade dos jogadores, para não precisarem ficar segurando as cartas na mão e não exibirem suas cartas compradas.

Vale ressaltar que há um arquivo para impressão das cartas e um molde para o suporte, caso o professor queira produzir o seu próprio kit do jogo (Anexo 1)

3.5. Orientações pedagógicas para docentes

Pensando em uma sala de aula e experiências anteriores, sugerimos que o jogo dure no máximo 30 minutos. Além disso, recomenda-se que o docente divida a turma em grupos de três a cinco jogadores. Para grupos com mais de três participantes, é pertinente que determine um tempo limite para cada jogador por rodada, para uma melhor dinâmica do jogo.

O jogo tem como pré-requisitos: saber operar com adição e subtração de números inteiros; reconhecer padrões de sequências numéricas; construir uma nova sequência. Assim, pode ser aplicado em turmas a partir do 6º ano. Para o Ensino Fundamental não há necessidade de se fazer uma apresentação formal às progressões aritméticas, mas, por outro lado, não vemos problema em apresentar o nome desse tipo de sequência. Caso o jogo seja aplicado em turma do 6º ano, sugere-se evitar situações que utilizem sequências decrescentes.

Capítulo 4 – Relato de experiência

4.1. Sujeitos, cronograma e instrumento da pesquisa

A instituição escolhida para a realização da atividade foi o Colégio Estadual Manuel de Abreu, localizada em Niterói (RJ). Criado em 2 de março de 1962, apenas em 2002 passou a oferecer, além do Fundamental, o Ensino Médio. A proposta pedagógica da escola

> (...) tem por finalidade precípua a formação integral do educando nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, que são:
> a) A compreensão dos direitos e deveres da pessoa humana,
> do cidadão, do Estado, da família e dos demais grupos que compõem a comunidade;
> b) o respeito à dignidade e às liberdades fundamentais do homem;
> c) o desenvolvimento integral da personalidade humana e a sua participação na obra do bem comum;
> d) o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos que lhe permitam utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio. (INSTITUCIONAL, 2021)

Atende, agora, estudantes do Ensino Fundamental – Anos Iniciais até o Ensino Médio e Educação Especial. Em 2018, foram 563 alunos matriculados no Ensino Médio, em particular 190 eram do 2º ano EM. Esses dados são informados pela instituição de ensino ao Censo Escolar até a última quarta-feira do mês de maio. O jogo foi aplicado em 2019, porém não há dados nesse ano no site.

Segundo o site Educa Mais Brasil (2021) o colégio possui a média do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) inferior à média da cidade de Niterói. Observe os dados de 2018 na Tabela 1, em que os dados do colégio foram retirados do site citado acima e as médias por área de todas as escolas brasileiras foram obtidos do portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Tabela 1 - Médias do ENEM em 2018

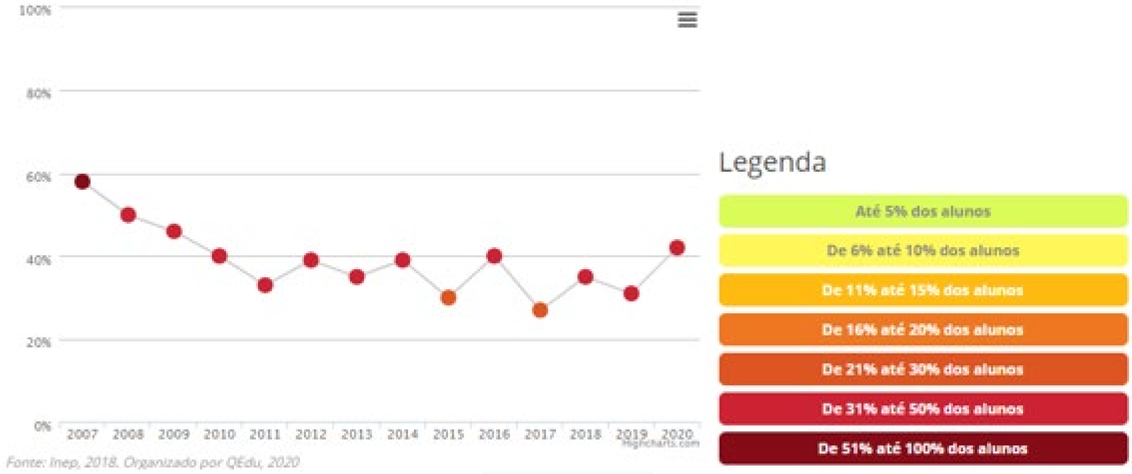
ÁREA	MÉDIA DO COLÉGIO	MÉDIA DO BRASIL
Ciências Humanas e suas Tecnologias	518,3	569,2
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	497,33	493,8
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	513,67	526,9
Matemática e suas Tecnologias	514,44	535,5
Redação	567,58	522,8

Fonte: Compilação da autora

A área de conhecimento do colégio com melhor desempenho foi Redação, com a média 8,56% maior do que a média do Brasil. Ciências Humanas, que é composta por Geografia, História, Filosofia e Sociologia teve a média 8,94% menor do que a brasileira, sendo a de pior desempenho. Mesmo assim, podemos observar que Ciências da Natureza e suas Tecnologias, formada por Biologia, Física e Química, obteve a menor média nos dois casos. Em Matemática e suas Tecnologias teve uma diferença de 3,9% em relação à média do país, sendo a terceira maior média por área de conhecimento do colégio e a segunda maior média do Brasil.

A Figura 36 apresenta um gráfico que mostra distorção idade-série de 2007 até 2020 do 2º ano do Ensino Médio.

Figura 36 - Gráfico distorção idade-série.



Fonte: QEdu[15]

Em 2019, a cada 100 alunos aproximadamente 31 estavam com atraso escolar de 2 ou mais anos. Comparando com 2007, houve uma diminuição de 27%, mas de 2019 para 2020 aumentou 11%.

O jogo foi aplicado no dia 18 de setembro de 2019 em três turmas da segunda série do Ensino Médio[16], turno da manhã: turma 2004, com 25 estudantes; turma 2005, com 19 e turma 2006, com 14. Além dos criadores do jogo e da professora regente, Patrícia Bastos Muniz de Moraes, estavam presentes estudantes de Matemática da UFF fazendo observação para o estágio da matéria Pesquisa e Prática de ensino (PPE) e para o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e nos ajudaram na organização e a execução da atividade. Os licenciandos do Curso de Matemática Licenciatura do IME-UFF que nos auxiliaram: Ana Beatriz Carvalho Perrout, Ana Leticia da Silva de Mello e Thamilys Vasquez Elias Pereira.

A avaliação dos estudantes em relação ao jogo foi feita por um questionário adaptado do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF (2014-

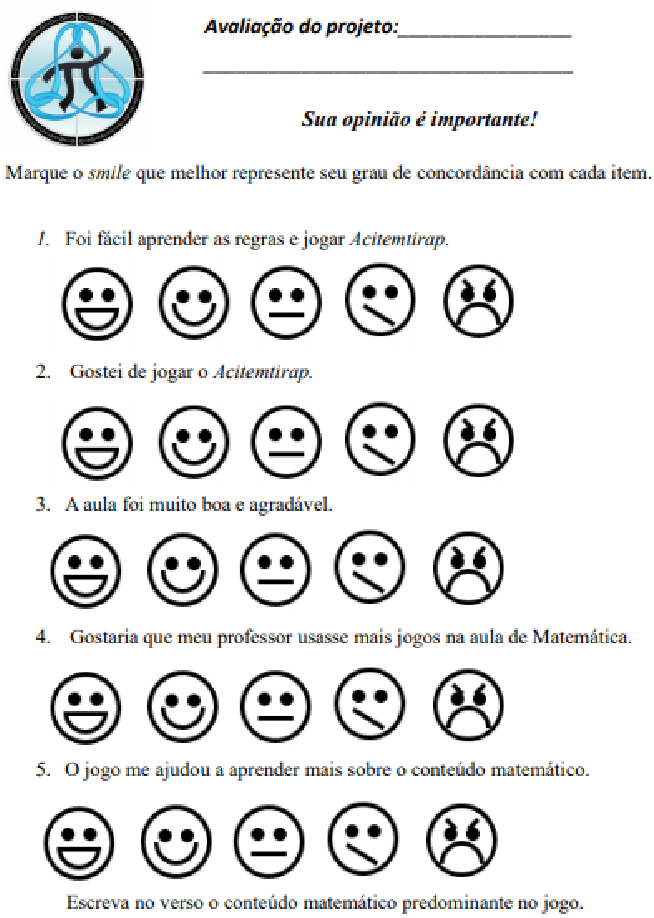
---

[15] Disponível em: https://www.qedu.org.br/escola/170813-ce-manuel-de-abreu/distorcao-idade-serie?dependence=0&localization=0&stageId=11&year=2019 . Acesso em: 22 mar. 2021

16 Esse trabalho tinha o objetivo de também realizar a aplicação no Ensino Fundamental – Anos Finais em 2020, mas não foi possível por conta da pandemia do Covid-19

2018) em que eles deveriam marcar o *smile* [17] que correspondesse a sua opinião (Figura 37)

Figura 37 - Formulário de avaliação.



Avaliação do projeto:______________

____

Sua opinião é importante!

Marque o *smile* que melhor represente seu grau de concordância com cada item.

1. Foi fácil aprender as regras e jogar *Acitemtirap*.

2. Gostei de jogar o *Acitemtirap*.

3. A aula foi muito boa e agradável.

4. Gostaria que meu professor usasse mais jogos na aula de Matemática.

5. O jogo me ajudou a aprender mais sobre o conteúdo matemático.

Escreva no verso o conteúdo matemático predominante no jogo.

Fonte: Adaptação realizada pela autora do formulário do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF 2014-2018

A análise dos resultados foi baseada na escala Likert. O tipo de escala Likert utilizada foi a de cinco pontos, cujos valores são “discordo totalmente” (DT), “discordo parcialmente” (DP), “nem discordo/nem concordo” (I), “concordo parcialmente” (CP) e “concordo totalmente” (CT). Para as respostas de cada item foram contabilizadas como indo de 1 para “discordo totalmente” até 5 para “concordo totalmente”.

Os *smiles* que parecem no formulário estão associados às categorias definidas na escala conforme descreve a Tabela 2.

[17] Rostos que expressam o sentimento

Tabela 2 - Correspondência entre escala Likert e smiles.

Smile	Nível de concordância
	Concordo totalmente (CT)
	Concordo parcialmente (CP)
	Nem discordo/Nem concordo (I)
	Discordo parcialmente (DP)
	Discordo totalmente (DT)

Fonte: Compilação da autora

No intuito de mensurarmos as opiniões dos estudantes a respeito das questões propostas foram atribuídos valores para os *smiles*. Observe na Tabela 3.

Tabela 3 - Correspondência do peso para média e smiles

Smile	Peso
	5
	4
	3
	2
	1

Fonte: Compilação da autora

A partir desses valores, foi calculado o “nível de concordância” dos estudantes com relação a cada das afirmações propostas aos discentes considerando a seguinte média ponderada:

$$\frac{1\times n(DT)+2\times n(DP)+3\times n(I)+4\times n(CP)+5\times n(CT)}{n(DT)+n(DP)+n(I)+n(CP)+n(CT)},\ \text{onde}$$

- $n(DT)$ = número de pessoas que respondeu discordo totalmente;
- $n(DP)$ = número de pessoas que respondeu discordo parcialmente;
- $n(I)$ = número de pessoas que respondeu indiferente;
- $n(CP)$ = número de pessoas que respondeu concordo parcialmente;
- $n(CT)$ = número de pessoas que respondeu concordo totalmente.

4.2. Relato de experiência

Com o intuito dos discentes descobrirem qual a matéria utilizada no jogo, não mencionamos o termo “progressão aritmética” em nenhuma das turmas, explicamos empregando a palavra “sequência”. Ao final de cada aula, aplicamos o questionário em que a última pergunta é sobre a matéria predominante.

Começamos pela turma 2005. Primeiramente, dividimos em três grupos de cinco estudantes e mais um grupo com quarto. Entregamos os kits do jogo para cada um dos grupos e explicamos as regras. Alguns alunos tiveram dúvidas e foram sendo auxiliados durante a partida. A aula começou às 7:35 e terminou às 8:40. Chamarei os grupos de A, B, C e D para melhor interpretação.

Dos quatro grupos, somente dois terminaram o jogo, um deles, grupo A, foi pelo término das cartas no saco e o outro, o grupo B, uma aluna acabou com as cartas de seu suporte, fez um total de 52 pontos. Observamos uma dificuldade por parte dos estudantes em usar o suporte por ser pequeno. A Figura 38 mostra as diferentes maneiras que os alunos utilizaram o suporte.

Figura 38 - Um dos grupos da 2005 utilizando o suporte de diferentes maneiras.

Fonte: Compilação da autora

Os estudantes do grupo C, por exemplo, não estavam escondendo suas cartas. Observe na Figura 39 que não tinha uma ordem de jogadas, quem possuía uma sequência colocava na mesa.

Figura 39 - Situação de um dos grupos da turma 2005 em que não tinha ordem de jogada.

Fonte: Compilação da autora

Quando foi explicado que o jogo funcionava por rodadas, um dos discentes perguntou se o jogo era do mesmo estilo que o jogo “Uno”. Uma vez afirmado que sim, eles pareceram entender bem mais a dinâmica do jogo (inclusive a mesma comparação foi utilizada para as outras turmas). Poucos utilizavam as manobras, passamos na mesa tentando influenciar (Figura 40). Um dos jogadores do grupo D tentou atrapalhar o adversário, mas acabou errando e tendo que voltar a jogada. Contudo, depois, com auxílio, conseguiu ajeitar e fazer a manobra “mais”. Observamos também nos grupos B e C sequências com apenas duas cartas, o que não é permitido no jogo.

Figura 40 - Os criadores do jogo ajudando os grupos.

Fonte: Compilação da autora

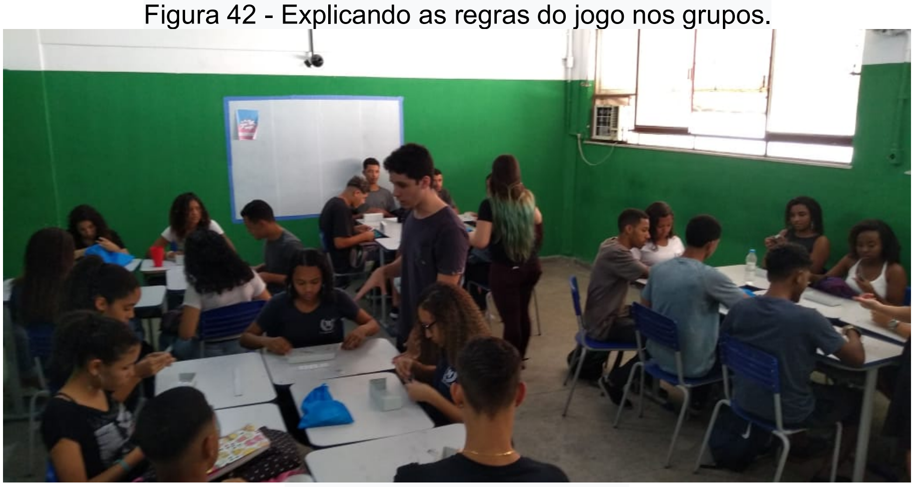
Em seguida o jogo foi aplicado na turma 2004 (Figura 41). O jogo foi aplicado em um tempo de aula (50 minutos). Tínhamos poucos kits, então tivemos que dividir a turma em grupos grandes, um grupo com sete pessoas e três grupos com seis. Percebemos que grupos com muitas pessoas não são adequados, pois, como o jogo é feito por rodadas, demora a voltar para o jogador, o que leva a dispersão e cansaço por ter que esperar a próxima jogada. Como já tínhamos tido a experiência na turma 2005, na turma 2004 tivemos mais desembaraço para aplicar o jogo. Fomos aprimorando nossa fala utilizando dúvidas que surgiram na outra turma. Depois de 35 minutos e 40 minutos, dois grupos terminaram as cartas do saco. Em um deles os jogadores estavam trocando cartas escondidos.

Figura 41 - Explicação geral sobre o jogo na turma 2004.

Fonte: Compilação da autora

Estávamos sempre passando pelas mesas para sabermos se precisavam de alguma ajuda (Figura 42). Observe na Figura 43 a situação de um dos grupos.

Figura 42 - Explicando as regras do jogo nos grupos.



Fonte: Compilação da autora

Figura 43 - Situação de um dos grupos da turma 2004.

Fonte: Compilação da autora

A última turma foi a 2006. Tinham apenas três grupos, dois com cinco discentes e um com quatro. Em um dos grupos, uma aluna terminou em treze minutos, foi o término mais rápido que vimos.

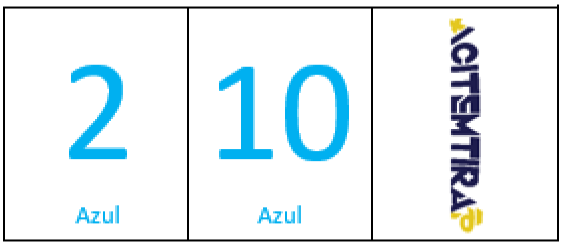
Um fato muito interessante que aconteceu. Uma aluna havia jogado a sequência da Figura 44.

Figura 44 - Jogada de uma aluna da turma 2006.

Fonte: Compilação da autora

Observe que o curinga está substituindo o número seis azul, assim a pontuação é igual a quatro. Um aluno percebeu que daria para aumentar os pontos colocando o curinga depois do dez, substituindo assim, o dezoito azul (Figura 45).

Figura 45 - Jogada da aluna depois da ajuda do outro aluno.

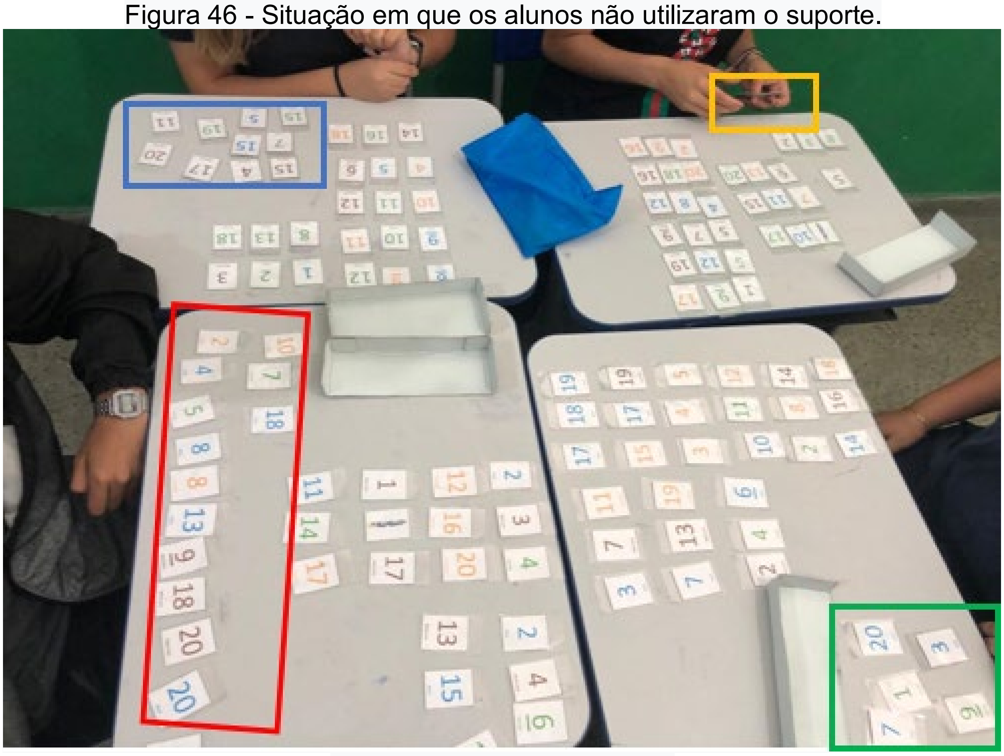


Fonte: Compilação da autora

Agora a sequência vale oito pontos. Mesmo sendo adversários no jogo, o aluno explicou e ajudou a colega.

Nessa turma também observamos a não utilização do suporte (Figura 46). Observe a imagem abaixo que os discentes colocaram as cartas que possuíam mais perto e desorganizadas para diferenciar das que eles tinham abaixado. A marcação são as cartas que eles tinham.

Figura 46 - Situação em que os alunos não utilizaram o suporte.



Fonte: Compilação da autora

4.3. Análise do questionário

Ao final de cada aula, foi realizada a avaliação para sabermos a opinião dos alunos quanto à aula e ao uso do jogo. Na Tabela 4 há a quantidade de respostas por *smile* de acordo com as afirmações feitas no formulário.

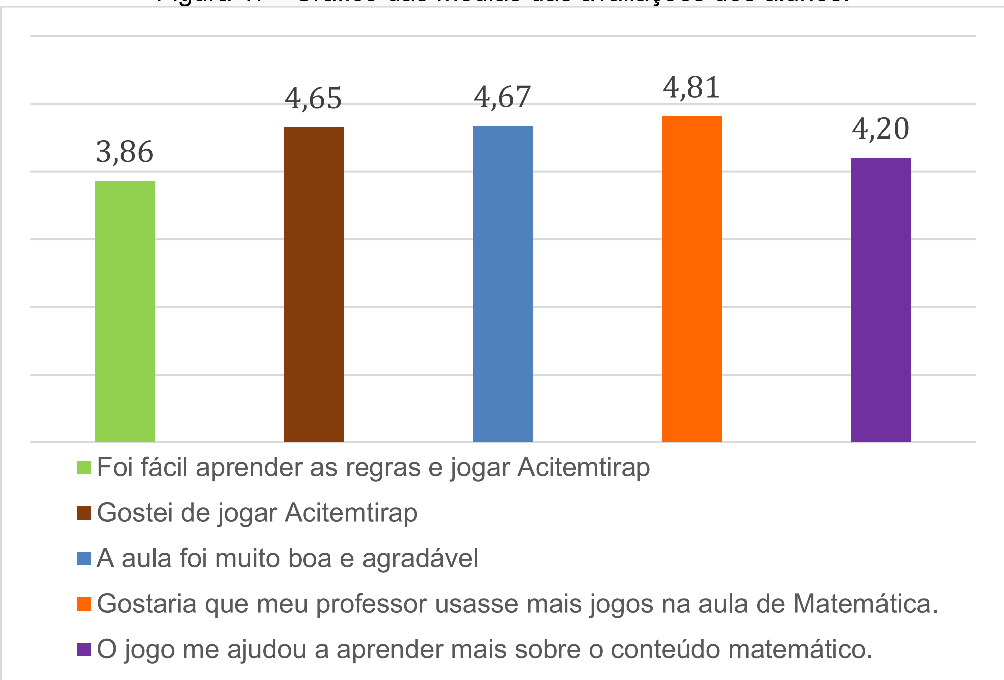
Tabela 4 - Avaliação dos alunos

TÓPICOS	CT	CP	I	DP	DT	MÉDIA
Foi fácil aprender as regras e jogar Acitemtirap	16	21	18	3	0	3,86
Gostei de jogar Acitemtirap	42	13	2	1	0	4,65
A aula foi muito boa e agradável	42	13	3	0	0	4,67
Gostaria que meu professor usasse mais jogos na aula de Matemática.	49	7	2	0	0	4,81
O jogo me ajudou a aprender mais sobre o conteúdo matemático.	25	24	6	2	1	4,2

Fonte: Compilação da autora

A seguir, apresentamos um gráfico (Figura 47) que indica o nível de concordância em relação a cada um dos tópicos, utilizando-se a média ponderada e a escala Likert de cinco pontos.

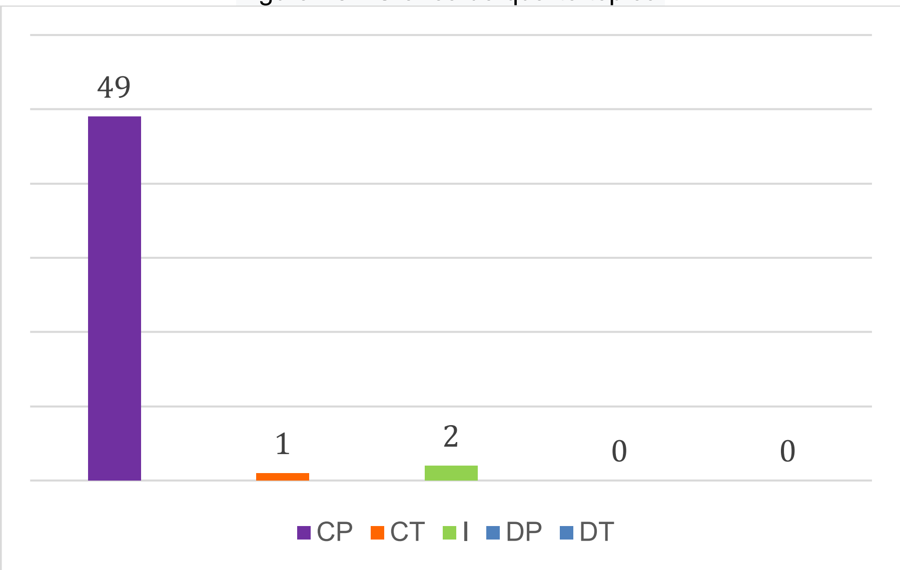
Figura 47 - Gráfico das médias das avaliações dos alunos.



Fonte: Compilação da autora

Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que a avaliação dos tópicos ficou acima da média, isto é, a avaliação foi positiva. Observa-se que apesar das dificuldades que os discentes tiveram de entender o jogo e suas regras, gostaram da atividade. Coincidindo com isso, o quarto tópico atingiu um alto nível de concordância, mostrando, assim, que a maioria é favorável na utilização de jogos na aula de Matemática. (Figura 48)

Figura 48 - Gráfico do quarto tópico.



Fonte: Compilação da autora

A professora regente nos afirmou que a matéria de PA e PG já tinham sido estudadas pelos alunos. Assim, a última afirmação pedia para que os alunos escrevessem o assunto predominante no jogo. Obtivemos as seguintes respostas:

Tabela 5 - Respostas do sexto tópico

Quantidade	Resposta
29	Progressão aritmética (PA)
6	Sequências
2	Progressão aritmética (PA) e Sequência
2	Progressão aritmética (PA) e Progressão geométrica (PG)
1	Progressão geométrica (PG)
1	Soma, Multiplicação, Lógica e Progressão aritmética (PA)
17	Não responderam

Fonte: Compilação da autora

Pode-se observar na Tabela 5 que três estudantes responderam progressão geométrica, isso pode demonstrar que muitos alunos não conseguem identificar pelo nome a diferença entre PA e PG. Além disso, duas respostas continham sequência e PA, como se PA não fosse uma sequência ou se existisse algum outro tipo de sequência no jogo que não fosse PA. Olhando em particular a resposta "Lógica", por mais que apenas um aluno tenha retornado isso, essa resposta é bem significativa. O aluno de fato usa raciocínios lógicos para realizar suas estratégias de jogo.

Considerações Finais

A atividade lúdica é uma prática que sempre existiu na humanidade e conforme seu desenvolvimento foram surgindo os jogos, inclusive os que utilizavam a Matemática de forma direta ou indireta. Um exemplo dado foi o da Grécia Antiga em que percebe-se a existência de jogos relacionados ao conceito de probabilidade, mas que os que jogavam não tinham clareza da matemática “escondida” no jogo e acreditavam que era vontade de Deus a sua tomada de decisão no ato de jogar.

Com desenvolvimento da Didática como ciência e de suas áreas afins, como a psicologia cognitiva – por exemplo, o uso de jogos adentra à escola oferecendo-se como um recurso didático em potencial para desenvolvimento do processo de aprendizagem dos estudantes da Educação Básica. No campo da psicologia cognitiva, destacam-se as pesquisas de Piaget (1896–1980) e de Vygotsky (1896-1934), e na educação os trabalhos do pedagogo Friedrich Froebel (1782-1852). No âmbito da Educação Matemática destacamos e usamos como referência teórica o texto de Grando (2000). Segundo esses autores, a utilização do lúdico como uma ferramenta didática auxilia no entendimento do conteúdo escolar, possibilitando um aprendizado de forma significativa. Além dos jogos serem uma ferramenta relevante na prática pedagógica, também ajuda no crescimento pessoal do discente com os seus desafios futuros enquanto pessoa que precisa desenvolver sua capacidade de socialização.

No caso do ensino da Matemática, o jogo não deve ser apenas uma atividade escolar recreativa, mas sim uma possibilidade real para desenvolver o raciocínio matemático. Em particular, no ensino de álgebra mostra-se como uma ferramenta ótima para o desenvolvimento de alguns conceitos. No caso específico deste trabalho desenvolveu-se um jogo de cartas para o ensino de sequências numéricas, em particular, para o estudo de progressões aritméticas. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o estudo de sequência deve ser iniciado no 7º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais e o conteúdo de progressão aritmética está programado para o 1º ano do Ensino Médio. Com o intuito de ver como os livros didáticos abordam esse assunto, foram escolhidas duas coleções de livros didáticos, uma para Ensino Fundamental e outra para Ensino Médio. Diagnosticou-se que as sequências são vistas desde o 6º ano, mas não como um estudo aprofundado. No 9º ano procura-se estabelecer uma relação entre sequências (PA) e função afim. O conteúdo propriamente dito de PA é ensinado com maior profundidade apenas no 1º ano do Ensino Médio. Não foi identificado, nos textos analisados, nenhum tipo de jogo que explorasse o assunto.

O Acitemtirap, objeto principal desse trabalho de conclusão de curso, teve como inspiração o jogo Rummikub. O jogo consiste em fazer PA e ganha quem tiver a maior soma das razões. Como tínhamos objetivo pedagógico foram feitas adaptações em suas regras e peças. As cartas e o suporte foram produzidos com material de baixo custo e simples, para que possam ser confeccionados e utilizados na sala de aula. Os moldes estão disponíveis no anexo desse trabalho. Além disso, utilizamos cores diferentes e descritas em cada carta, para uma maior inclusão. O jogo também pode ser adaptado para pessoas com deficiência visual, o que deixamos para ser realizado em um trabalho futuro.

Essa pesquisa não avaliou o jogo em si (regras e kit), mas sim a validade, em particular, do uso desse jogo, o Acitemtirap, nas aulas de Matemática. Para desenvolver a pesquisa o jogo foi aplicado em três turmas do Ensino Médio de uma escola estadual situada no município de Niterói.

Para verificar se os objetivos com a utilização do jogo foram alcançados, os discentes foram submetidos a uma avaliação que perguntava sobre entendimento das regras, se gostaram do jogo e da aula, se gostariam que os docentes utilizassem mais jogos nas aulas e se aprenderam o assunto e qual conteúdo matemático estava sendo abordado com o jogo. A análise das avaliações dos alunos ratificou a teoria de que os jogos aumentam o interesse e o gosto dos alunos no ensino de Matemática. Aproximadamente 84,48% gostariam que o professor usasse mais jogos nas aulas. A média mais baixa nos tópicos da avaliação foi em relação ao entendimento das regras do Acitemtirap: apenas 3,86% dos respondentes informaram terem tido conhecimento pleno das regras do jogo. Isso, talvez, justifique o fato de poucos alunos terem utilizados as manobras sugeridas. Observou-se também, considerando os resultados do questionário, que alguns alunos têm dificuldade em diferenciar PA de PG.

Precisamos ser cautelosos com relação ao resultado satisfatório com relação ao uso de jogos nas aulas de Matemática: isso não significa dizer que todos os conteúdos de Matemática devam ser ensinados por meio de atividade lúdica, mas sim que o uso desse tipo desse recurso pode ser considerado como uma ferramenta didática facilitadora no processo de aprendizagem do estudante. O objetivo dessa pesquisa é contribuir para uma reflexão sobre a prática pedagógica e a didática da Matemática. Neste sentido, valorizou-se a utilização de um jogo sobre um determinado conteúdo escolar, progressão aritmética, em sala de aula, o que pôde ser comprovado pelo relato de experiência realizado neste trabalho.

Pelos estudos realizados aqui, pode-se afirmar que a utilização de um jogo potencializa a aprendizagem e o desenvolvimento do discente, sendo uma atividade significativa, atrativa e motivadora. Assim, espera-se que esse trabalho influencie o docente a buscar novas ferramentas, a fim de diversificar suas aulas, tornando-as mais atraentes para seus alunos. Nesse sentido, reiteramos que o Acitemtirap demonstrou ser um bom recurso didático para o ensino de progressão aritmética. Como trabalho futuro, pretendemos aplicar o jogo em turmas do Ensino Fundamental e repetir a experiência com alunos do Ensino Médio, considerando a criação de fichas de atividades para serem resolvidas em sala de aula após a aplicação do jogo. Para cada nível de ensino, uma ficha de atividade, e, para ambos os grupos, uma ficha inicial explicando as regras do jogo e as manobras permitidas.

O processo de criação do jogo foi trabalhoso, porém muito gratificante. A elaboração desse TCC foi significativa para que eu pudesse analisar os resultados das avaliações e melhorar o meu futuro como professora, pois me influenciou a cada vez mais buscar outras ferramentas didáticas. A partir dessa experiência, esperamos propor mais jogos que motivem a aprendizagem dos estudantes e auxiliem o docente no ensino do conteúdo, contribuindo, assim, com aperfeiçoamento da educação.

Referências

ALVES, Lynn Rosalina G. **Game Over: jogos eletrônicos e violência**. Salvador, 2004. Disponível em: http://www.comunidadesvirtuais.pro.br/game-studies/files/gs_submission/trabalho_27/trabalho_27.pdf Acesso em: 5 mar. 2021.

BOULOS JUNIOR, Alfredo. **História sociedade & cidadania**: 8º ano. São Paulo: FTD, p. 114, 2009.

BRASIL. INEP. Resultados do Enem 2018 são divulgados, Inep, 2018. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/resultados-do-enem-2018-sao-divulgados/21206. Acesso em: 1 mar. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso em: 5 mar. 2021.

BRASIL. **Rede Nacional do Esporte.** 2016. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/megaeventos/olimpiadas/uma-disputa-milenar. Acesso em: 22 fev. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CAVALHEIRO, Caroline Battistello; TEIVE, Gladys Mary Ghizoni. Movimento Escolanovista, três olhares*. In:* CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 6., 2013. Curitiba **Anais** [...]. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013 Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2013/7135_4344.pdf. Acesso em: 22 fev. 2021.

DA CUNHA, Marcia Borin. Jogos no ensino de química: considerações teóricas para sua utilização em sala de aula. **Química Nova na Escola**, São Paulo, v. 34, n. 2, p. 92-98, 2012. Disponível em: http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc34_2/07-PE-53-11.pdf. Acesso em: 15 ago. 2020.

DA SILVA, Aparecida Francisco; KODAMA, Helia Matiko Yano. Jogos no ensino da Matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Anais** [...] Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004. Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf. Acesso em: 15 fev. 2021.

DALBOSCO, Carlos Almir. Primeira infância e educação natural em Rousseau: as necessidades da criança. **Educação**, Porto Alegre. v. 30, n. 2, p. 313-336, 23 ago. 2007. Disponível em: https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/561. Acesso em: 22 fev. 2021.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá Mais: Matemática**. 6º ano. São Paulo: Moderna, 2018. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/002899327abd8bc4bda2c?authid=y83uaOMphp7L . Acesso em: 5 jan. 2021.

_____ **Araribá Mais: Matemática**. 7º ano. São Paulo: Moderna, 2018. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/002899327569ecc383a3b?authid=U2sLc16xVX6t . Acesso em: 5 jan. 2021.

_____ **Araribá Mais: Matemática**. 8º ano. São Paulo: Moderna, 2018. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/00289932738fd7bd31b99?authid=fmaD6rSL190D . Acesso em: 5 jan. 2021.

_____ **Araribá Mais: Matemática**. 9º ano. São Paulo: Moderna, 2018. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/002899327e8eb42ba8bc0?authid=MGrCO1P3FjRj . Acesso em: 5 jan. 2021.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula**. 239f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

IEZZI. Gelson, et. al**. Matemática: ciência e aplicações**: Ensino Médio, 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1p8Q010Pw0YfnGo36ZqYStyA1msSK3-ie/view?usp=sharing. Acesso em: 6 jan. 2021.

INSTITUCIONAL, **Colégio Estadual Manuel de Abreu**, c2021. Disponível em: https://mabreu2011.wordpress.com/localizacao/. Acesso em: 22 mar. 2021.

JOGO. In: DICIONÁRIO da língua portuguesa. Lisboa: Priberam Informática, 2020. Disponível em: https://dicionario.priberam.org/JOGO. Acesso em: 30 jun. 2020.

JOGO. In: MICHAELIS moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2020. Disponível em: http://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/jogo/. Acesso em: 30 jun. 2020.

KASSAB, Yara. **As estratégias lúdicas nas ações jesuítas, nas terras brasílicas (1549-1597), "para a maior glória de Deus"**. 2010. Tese (Doutorado em História Social) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em:

https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/8/8138/tde-27092010-154910/publico/2010_YaraKassab.pdf. Acesso em: 27 jul. 2020.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **O Brincar e suas teorias.** Cengage Learning Editores, 2002.

_____Tizuko Morchida. **Jogo, brinquedo, brincadeira e educação.** (org) 8.ed.São Paulo: Cortez, 2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4386868/mod_resource/content/1/Jogo%2C%20brnquedo%2C%20brincadeira%20e%20educa%C3%A7%C3%A3o.pdf Acesso em: 12 jun.2020.

LÚDICO. In: MICHAELIS moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2020. Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/l%C3%BAdico/. Acesso em: 30 jun. 2020.

MLODINOW, Leonard. **O andar do bêbado:** como o acaso determina nossas vidas. Rio de Janeiro: Companhia das Letras, 2008.

NEVES, Jacqueline Peixoto; CAMPOS, Luciana Maria Lunardi; SIMÕES, Marcello Guimarães. **Jogos como recurso didático para o ensino de conceitos paleontológicos básicos aos estudantes do Ensino Fundamental**. Terra Plural, Ponta Grossa, n. 2, p. 103-114, 2008.

PASSOS, Carla Marcela Spannenberg Machado dos. **JOGOS NA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: reflexões sobre propostas do PNAIC**. Paraná, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6121669. Acesso em: 22 fev. 2021.

PLATÃO. ***As Leis***. 2004. Disponível em: https://www.baixelivros.com.br/ciencias-humanas-e-sociais/filosofia/as-leis. Acesso em: 7 mar. 2021.

QEDU, Matrículas e Infraestrutura, 2018. Disponível em: https://www.qedu.org.br/escola/170813-ce-manuel-de-abreu/censo-escolar. Acesso em: 1 mar. de 2021.

QEDU. **Distorção idade-série**, 2020. Disponível em: https://www.qedu.org.br/escola/170813-ce-manuel-de-abreu/distorcao-idade-serie?dependence=0&localization=0&stageId=11&year=2019. Acesso em: 1 mar. de 2021.

REIS, Marcus Vinicius Angelo. **Banco imobiliário educacional matemático:** uma ferramenta para o ensino de matemática. Niterói, 2017.

ROLOFF, Eleana Margarete. **A importância do lúdico em sala de aula**. In: Semana de Letras, 10., 2010, Porto Alegre. **Anais**[...] Porto Alegre: Pontifícia

Universidade Católica do Rio Grande de Sul, 2010. Disponível em: https://editora.pucrs.br/anais/Xsemanadeletras/comunicacoes/Eleana-Margarete-Roloff.pdf. Acesso em: 22 fev. 2021.

ROSA, Marco Prado Amaral; MENDES, Michel & FENNER, Roniere dos Santos. **O jogo e a educação grega: paidia enquanto elemento formativo da paideia. Prometeica** - Revista de Filosofía y Ciencias, Porto Alegre, n. 14, p. 66 – 72. Disponível em: https://doi.org/10.24316/prometeica.v0i14.174. Acesso em: 22 fev. 2021.

SELVA, Kelly Regina; CAMARGO, Mariza. **O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento**. 2009. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf. Acesso em: 12 jun. 2020.

SOBRE a escola **CE MANUEL DE ABREU**, Educa mais Brasil, 2019. Disponível em: https://www.educamaisbrasil.com.br/escolas/ce-manuel-de-abreu. Acesso em: 30 mar. 2021.

SOUSTELLE, Jacques. **A Civilização Asteca**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

WAJSKOP, Gisela. **O brincar na educação infantil**. Cadernos de pesquisa, São Paulo, n. 92, p. 62-69, 1995. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6208114. Acesso em: 7 ago. 2020.

ANEXO – Kit do jogo

Link para o kit do jogo: http://dalicenca.uff.br/wp-content/uploads/sites/204/2021/02/ACITEMTIRAP_material-para-professor.pdf