



**EDITORIAL**

**M**edalhas Fields 2010: quatro investigadores galardoados.

As Medalhas Fields, mais conhecidas como o "Nobel da Matemática", foram atribuídas no dia 19 de Agosto em Hyderabad, na Índia, durante o Congresso Internacional de Matemáticos (ICM). Elon Lindenstrauss, Ngô Bao Châu, Stanislav Smirnov e Cédric Villani foram os matemáticos galardoados. O prêmio é atribuído de quatro em quatro anos pela União Internacional de Matemática a investigadores que tenham feito trabalhos excepcionais na área.

O russo Stanislav Smirnov esteve em Portugal há um mês, a convite da Fundação Calouste Gulbenkian, para participar nas celebrações dos 10 anos do Programa Novos Talentos em Matemática. O seu trabalho debruça-se sobre análise, sistemas dinâmicos, probabilidades e física matemática.

Nascido em Jerusalém, Elon Lindenstrauss foi distinguido pelo seu trabalho em teoria ergódica e pelas suas aplicações à teoria de números. Além da Medalha Fields, conquistou o Prémio da Sociedade Europeia de Matemática, em 2004, e o Prémio Salem, em 2003.

A distinção de vietnamita Ngô Bao Châu deve-se à sua demonstração do chamado Lema Fundamental, um dos grandes obstáculos ao desenvolvimento do programa proposto por Robert Langlands, em 1967, que previa a existência de relações profundas entre diferentes áreas da matemática. Juntamente com Gérard Laumon, foi galardoado com o prêmio de investigação Clay, em 2004.

Cédric Villani possui uma particular interpretação matemática do conceito físico de entropia que aplicou para resolver problemas importantes inspirados pela física. O investigador conquistou o Prémio Fermat, em 2009, e foi galardoado com o Prémio da Sociedade Europeia de Matemática e o Prémio Henri Poincaré da Associação Internacional de Física Matemática.

**Este Número ...**

... conta com dicas de sites, livros, etc. que envolvem matemática. Na seção *Falando Sério* quem nos concedeu uma entrevista foi o Prof Marcelo Corrêa. Em *Dá Licença para o "bom" Português*, contamos com a colaboração do Prof Paulo Trales (GAN). Em *Dicas de Veteranos*, contamos com a contribuição da aluna Flavia Patricia Amorim Amin. Em *Por onde andam os Ex-alunos*, quem nos conta o que anda fazendo é Gabriella Marques. Não deixe de tentar resolver o desafio proposto. Boa Leitura!

**NOTÍCIAS DA DIREÇÃO**



Queridos leitores do Dá Licença!

Vocês sabem que basta uma palavra para a nossa mente reunir imagens, sons e lembranças associadas a ela. No meu caso, a palavra "Índia" traz à minha lembrança cenas de dois grandes filmes: "Ghandi" e "Passagem para a Índia".

Acho "Passagem..." uma obra prima: confronto de culturas, grandes cenas e cenários, uma história interessantíssima contada com muita sensibilidade pelo mestre David Lean.

O outro, "Ghandi", conta a história do surgimento da Índia como um país livre, resultado da vontade inquebrantável de um pequenino homem e é uma grande obra de Richard Attenborough.

Mas a Índia hoje é uma multidão, um país com uma economia em enorme desenvolvimento graças a grande investimento em ciência, mas que também enfrenta problemas sociais monumentais, como analfabetismo, fome e tantas outras dificuldades.

Estou mencionando isto tudo para dizer que no coração deste país exótico e intrigante, na cidade de Hyderabad, foi realizado entre os dias 19 e 27 de agosto, o ICM 2010 – Congresso Internacional de Matemática. Nada mais apropriado, uma vez que a Índia tem dado contribuições enormes a Matemática, em especial o sistema numérico posicional com o uso do zero para representar números.

Este congresso é organizado a cada quatro anos pelo IMU – o "International Mathematical Union", cujo logo é lindíssimo.

Os anteriores foram: Berlim 1998, Beijing 2002 e Madri 2006. Esta edição do evento, em Hyderabad, contou com a participação de três de nossos jovens professores pesquisadores: Marco Pacini, Alejandro Kocsard e Andrés Koropecski, todos do GMA. Aposto que vocês já avistaram algum deles andando por aí com uma bolsa de lona branca e uma linda ornamentação típica da cultura indiana. Parabéns para eles! Uma oportunidade como essa é realmente para se comemorar. Quem sabe num futuro próximo algum deles poderia nos contar um pouco mais sobre essa incrível viagem.

Neste mês de outubro tivemos também um evento festivo, de grande alegria para nosso Instituto: a formatura de mais uma turma, que teve o sugestivo nome "Pi, ao infinito e além!". Parabéns também para nossos queridos formandos! Gostaria de mencionar o emocionante momento

da entrega do diploma de um dos bacharéis, o aluno Zhou Cong, filho de nossos queridos professores Detang Zhou e Xu Cheng.

Estamos também completando nove anos do curso de Licenciatura em Matemática na modalidade à distância, que segue cumprindo um importante papel de oferecer ensino de qualidade aos alunos do interior do estado e têm formado muitos profissionais de altíssimo nível.

Mario Olivero



#### Programas e projetos ... ações e esclarecimentos ...

- **Em curso:** Programa de Tutoria. Há um projeto gerenciado pela PROAC, em andamento, visando acolher alunos ingressantes nos cursos da UFF que, geralmente, apresentam dificuldades nas disciplinas iniciais da grade curricular do seu curso. Espera-se também que, em breve, realizemos uma mini-oficina para aprimorar o Programa de Tutoria, em parceria com docentes da Faculdade de Educação, com o objetivo de detectar as inúmeras dificuldades desses alunos, não somente aquelas originárias da má formação escolar, como também as de caráter financeiro, pois muitos alunos não têm meios para custear seu transporte para a UFF, mesmo utilizando o Bandeirão e a Bolsa Alimentação. A maioria necessita ainda de alojamento próprio ou de república na nossa cidade.
- **Pendentes:** Orientação Acadêmica, Controle de Evasão, Atendimento Docente Extra-Classe, etc.
- **Preocupações do Coordenador:**
  1. Não basta somente se fazer propaganda na comunidade para que tenhamos ingressantes do mesmo nível que havia alguns anos atrás. Mesmo porque, vivemos na Era em que tudo gira em torno do computador, equipamento esse que muitos deles ainda não utilizam como um recurso auxiliar ao processo de ensino-aprendizagem;
  2. Não devemos atribuir aos alunos ingressantes a culpa pela atual situação, pois há vários fatores que interferem nessa análise político-educacional e, recomendar que eles procurem outros cursos certamente não é uma boa solução para esse tipo de problema;
  3. Gostaria que tivesse início um novo processo de ensino, que melhor aproveitasse os mecanismos digitais e libertasse-nos da prática comum a que estamos viciados, o famoso: cuspe e giz. Não que as aulas tradicionais estejam inválidas ao ensino, mas que estejamos abertos a novas possibilidades oferecidas pela tecnologia.

Finalizando: "Um Curso de Matemática de uma Universidade Pública, deveria se preocupar com a enorme necessidade de Professores de Matemática que tem o nosso país e contribuir para aumentar significativamente o percentual de apenas 1%. Apenas 1% dos Professores de Matemática diplomados no Brasil, são formados em Instituições Públicas. Os demais 99% são diplomados pela Iniciativa Privada".

Para isso, precisamos nos capacitar para transformar qualquer indivíduo interessado, num dos nossos melhores formandos!

Hamilton Leckar



Olá, pessoal! Final de ano, hora de arrumar os armários, as estantes de livro. O *Dá Licença* continua aceitando doações para a sua Biblioteca. Quem sabe aquela coleção, ou aquele livro, que muito poderia ser útil para o aluno do Curso de Matemática. Para doar basta entregar sua contribuição para os professores Wanderley, Valéria ou Márcia.



#### CADERNO DÁ LICENÇA

Coordenador: Prof José Roberto Linhares (GGM)

O caderno Dá Licença está com submissão de trabalhos aberta para o próximo número. Informações podem ser obtidas no site [www.uff.br/dalicenca](http://www.uff.br/dalicenca).



#### EVENTOS DÁ LICENÇA



Coordenadora: Prof<sup>a</sup> Solimá Pimentel (GAN)

Não foram divulgados até o momento.



#### DICAS DA REDE



<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/>.

Trata-se de um repositório de objetos educacionais de acesso público, em vários formatos e para todos os níveis de ensino. Acesse os objetos isoladamente ou em coleções.

Nesse momento o Banco possui 11.126 objetos publicados, 3.008 sendo avaliados ou aguardando autorização dos autores para a publicação e um total de 1.714.766 visitas de 163 países.



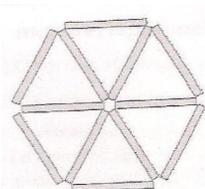
## DESAFIOS

Ricardo fala a verdade em apenas um dia da semana. Um dia, ele disse: "Eu minto nas segundas e terças". No dia seguinte, disse: "Hoje é quinta, sábado ou domingo". No próximo dia, falou: "Eu minto nas quartas e sextas".

Em que dia da semana Ricardo fala a verdade? Em que dia foi feita a primeira afirmação?

## SOLUÇÃO DO DESAFIO ANTERIOR

...seis currais



12 pedaços de cerca formando 6 currais



## REFLEXÃO

### O Papel do Professor...

\*Ilydio Pereira de Sá / Ana Maria Severiano de Paiva

Será que o melhor professor é aquele que explica "tudo certinho", sem dar tempo ou chance ao seu aluno de fazer perguntas, de ter dúvidas?

Nós há uns vinte anos, com certeza, pensávamos dessa forma. Hoje, diante da complexidade e da velocidade das mudanças que se processam no mundo, nas comunicações, nas relações de trabalho, nas relações sociais e no conhecimento, acreditamos que, reconhecendo a importância da ação do professor, o papel atribuído a este deve ser muito mais o de mediador do processo de ampliação da ação dos diferentes sujeitos sociais, contribuindo para torná-los protagonistas das suas próprias histórias. Protagonismo este que deverá ser desenvolvido através de atividades significativas.

Diante da liberdade de pensar e de agir, surge a necessidade do diálogo, do respeito ao tempo de cada um, sem que isto signifique deixar o fraco como fraco, porque é o seu tempo, mas partir do outro como uma pessoa que é um mundo de possibilidades e não um universo de limitações. Exige do educador ir além do seu conteúdo específico, situando este em um contexto mais amplo de questões

identificadas com o aprender a aprender, aprender a ser, aprender a fazer e aprender a conhecer.

Não há receitas e não há fórmulas mágicas. Se isso existisse, tornaria homogêneo o que é diferente, porque é fruto da relação dos homens entre si. Mas aí é que se instala o medo. E este se apresenta mais forte quando se fala em avaliação. Se admitirmos que avaliação é um processo contínuo, ela se constrói com a participação dos diferentes sujeitos sociais: educadores e educandos. Se for processo, extrapola a marcação do X, do certo, da quantificação de acertos, da utilização de "tabelinhas de conversão de números para letras ou qualquer outro código". Portanto, sob essa ótica de avaliação, temos que considerar questões fundamentais: "Como avaliar?". "Como devem ser as provas, os testes, os exercícios, os trabalhos, as pesquisas". É óbvio que isto torna o nosso papel muito complexo, nos remetendo novamente à condição de seres em processo contínuo de construção de seus saberes, nos lembrando que devemos estabelecer um diálogo contínuo com o conhecimento e com os sujeitos: educador – pesquisador.

Essa nova postura (que, aliás, não é tão nova assim) de propor, organizar e coordenar o desenvolvimento das atividades dos alunos substitui, com grande vantagem, a de "explicar a matéria", escolhendo as famosas listas de exercícios e realizando a avaliação através da de um instrumento formal – a prova.

Consultando-se o "Aurélio", verificamos que prova seria *aquilo que atesta a veracidade ou a autenticidade de alguma coisa*. Que coisa seria essa? No senso comum de nossas escolas, a prova atestaria muitas vezes a veracidade da limitação dos alunos, do seu fracasso, do pouco esforço, da falta de interesse – o foco sempre nos alunos. Será que não poderíamos ampliar esta discussão e inserir nela os sujeitos da prova, que a nosso ver não são somente os alunos que "em princípio estariam ali para aprender", mas também nos perguntarmos "por aquele que ensina"?

A questão é séria porque quando a iniciamos, em geral, ficamos em posição de ataque e outros em posição de defesa. Ora, não existem réus, o culpado não é o professor, muito menos o aluno. São novos olhares para o conhecimento, para os saberes, para quem ensina e quem aprende. São interrogações sobre os sentidos atribuídos à educação no mundo de hoje.

Não se pode admitir mais a exclusão do direito à educação de todos os homens, porque negar este direito é negar outros direitos sociais intimamente relacionados com o capital cultural, com o capital de informações, com o exercício da cidadania. Para que serve a escola? Para que serve a educação ministrada em um espaço institucionalizado? Será que só consideramos os saberes que se adquirem nos bancos escolares?

Nós não podemos desperdiçar a chance de, ao elaborar as situações de aprendizagem, promover a reflexão dos alunos sobre as experiências e sobre os conhecimentos que forem sendo construídos. Diante dessa perspectiva, o professor como "facilitador" (não no sentido de entregar pronto, fácil), deverá buscar as melhores condições para que a aprendizagem ocorra, já que são os alunos que devem aprender.

Quantas vezes já dissemos a famosa frase: "eu ensinei tudo, dei todo o programa". Como podemos dizer isso, se na maioria das vezes os alunos não aprenderam, ou

aprenderam a responder apenas o que desejávamos que respondessem numa prova ou teste, sem conseguir verificar a importância, o significado ou mesmo sem conseguir fazer a transferência do que foi “ensinado”?

Queremos ainda destacar que a função do professor sempre foi e continuará sendo insubstituível, mesmo com tecnologias, métodos, anuais e programas supostamente adequados, só que tudo isso depende essencialmente da postura do professor, sem esquecer que tal trabalho docente depende também da forma de gestão e de coordenação da Escola, bem como do uso adequado de todos os fóruns de discussão – como os conselhos de classe – na busca de algo ainda não bem definido e para o qual não existem “receitas mágicas”.

\* **Ana Maria Severiano de Paiva** – Professora dos cursos de Pedagogia e Licenciaturas da Universidade Severino Sombra e do Instituto Superior de Educação (FAETEC). Doutora em Educação.

**Ilydio Pereira de Sá** – Professor dos cursos de Licenciatura em Matemática, Pedagogia e Administração de Empresas da Universidade Severino Sombra, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira e do Colégio Pedro II. Mestre em Educação Matemática e Doutorando em Matemática na USP.



## DICAS DE LIVROS



### 1. A matemática e a Mona Lisa: a confluência da arte com a ciência

*Autor:* Bulent Atalay – *Editora:* Mercuryo

*Sinopse:* A matemática e a Mona Lisa – A confluência da arte com a ciência, livro do físico turco, radicado nos Estados Unidos, Bulent Atalay, “apresenta a ciência por meio da arte, e a arte por meio da ciência; e busca a meta, mais ampla, de obter uma síntese dos dois campos”, como explica o próprio autor. Para isso Atalay utiliza as obras do gênio Leonardo da Vinci, artista-cientista-engenheiro, autor de importantes obras de arte, como a famosa Mona Lisa, e de esboços que antecederam em muitos séculos a criação de objetos tão comuns à vida moderna, como a bicicleta, a ponte basculante, o automóvel, o submarino e a máscara de mergulho.

A matemática e a Mona Lisa é uma obra essencial não só para os profissionais ligados à arte e à ciência, mas também para o público que se interessa pela genialidade e curiosidade de homens como Leonardo, que através da observação e de estudos da natureza chegaram a formas artísticas perfeitas. O livro de Atalay já foi traduzido para 11 idiomas e está na sétima edição nos EUA. O texto da contracapa da edição brasileira é de autoria do físico Marcelo Gleiser, que define assim o espírito do autor e de sua obra: “...Bulent Atalay convida o leitor a explorar a maravilhosa obra e legado de Leonardo, retratando-o como o grande inovador que abriu as portas para a ciência moderna com sua arte e reverência pela estética da Natureza”.

### 2. 2+2 – Aventura de um Matemático no Mundo da Comunicação – Luiz Barco (Thema Editorial)

Coletânea de artigos publicados originalmente na revista Super Interessante da Editora Abril. Textos que explicam, de

forma prazerosa a importância da Matemática em nosso dia-a-dia.



## CURIOSIDADES

### Matemática na Medicina Veterinária

*\*Artigo escrito por Marcela Nunes Videira, estudante de Medicina Veterinária da Universidade Federal da Amazônia.*

A matemática esteve presente em grande parte da história, contribuindo significativamente para o desenvolvimento do pensamento racional. Percorreu a Antiguidade Clássica, “driblou” a Idade Média, chegou à Idade Moderna e desenvolve-se cada vez mais no Mundo Contemporâneo. Nos dias atuais, há uma grande evolução na chamada modelagem matemática, uma integração e universalização da matemática com outras áreas do conhecimento, vindo contribuir, principalmente, para o maior desenvolvimento de tecnologias e maior controle sobre o funcionamento de sistemas.

É bom lembrar, que esta área de pesquisa não foi uma criação recente, apenas evoluiu, gradativamente, até chegar aos modelos existentes. No período clássico, muito antes de existir os aparatos tecnológicos que existem hoje, filósofos já previam a grande importância que a matemática teria: “Todas as coisas são números” (Pitágoras), “Os números governam o mundo” (Platão). Fibonacci (1180-1250), matemático italiano, publicou um livro contendo uma série de problemas, dentre eles um sobre reprodução de coelhos, cuja resolução dava origem à chamada sequência de Fibonacci, na qual cada termo, após os dois primeiros, é a soma dos dois anteriores, esta sequência mostrou-se bastante útil na descrição de fenômenos da Botânica, da Genética e em outros campos do conhecimento.

No entanto, só a partir do período Renascentista passou-se a enfatizar a importância das observações científicas serem expressas numa linguagem matemática precisa. É necessário medir o que é mensurável e tornar mensurável o que não o é, dizia Galileu Galilei, um dos mais importantes cientistas do séc. XVII. Ele também dizia que o livro da natureza estava escrito na linguagem matemática.

Descartes acreditava que o filósofo, para construir um novo conhecimento, devia partir dos aspectos mais simples para os mais complexos. E finalmente, testar através de cálculos e mais cálculos se nada tinha sido esquecido (um tipo de validação). Ele queria aplicar o “método matemático” à reflexão filosófica, queria provar as verdades filosóficas semelhantemente como se prova um princípio da matemática, empregando para tanto a mesma ferramenta que se usa no trabalho com os números: a razão.

Se olharmos os livros e textos de Biologia, Medicina, Agronomia, etc., que são utilizados hoje em nossas Universidades e compararmos com aqueles de vinte anos atrás, notaremos que hoje estes livros contêm muito mais fórmulas matemáticas do que no passado. A tendência de todas as Ciências é cada vez mais de se “matematizarem” em função do desenvolvimento de

modelos matemáticos que descrevem os fenômenos naturais de maneira adequada. O ritmo intenso do desenvolvimento tecnológico dos tempos atuais produz o seguinte fenômeno: é cada vez menor o tempo decorrente entre o desenvolvimento de uma teoria matemática aplicada e sua utilização prática.

É óbvio que na medicina veterinária não é diferente, a modelagem matemática está constantemente presente, já está contribuindo no planejamento terapêutico e cirúrgico das mais variadas doenças, no desenvolvimento de modelos para a dinâmica do sistema cardiovascular, do sistema respiratório, crescimento de tumores, transporte, dosagem e absorção de fármacos, treinamento de cirurgias, na área de epidemiologia de doenças infecciosas, genética, dentre outros.

A matemática auxilia, de maneira significativa, em pesquisas genéticas, para o melhoramento de espécies e, consequentemente, melhor otimização da produção pecuária, através da teoria da probabilidade, que permite descobrir as chances de se obter determinado resultado, proveniente de um cruzamento experimental.

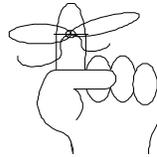
Funções matemáticas podem ajudar o médico veterinário no cálculo da frequência cardíaca ou respiratória de um paciente, permitindo que se tenha um diagnóstico preciso sobre o estado em que este se encontra, aumentando as possibilidades de se obter êxito no tratamento de algum distúrbio fisiológico.

A dosagem de um determinado medicamento é indispensável durante a recuperação de um animal, pois se houver algum excesso ou falta de substância no organismo, pode haver alteração radical no metabolismo. Em casos cirúrgicos, a medida certa do anestésico pode determinar o desfecho de uma cirurgia. Essas dosagens são determinadas de acordo com o peso do animal, através de cálculos de razão e proporção associados a conhecimentos farmacológicos.

No aspecto ecológico, pode-se modelar a relação entre predador e presa, analisando o crescimento excedente de uma população em relação à outra, obtendo dados sobre extinção e permitindo maior controle sobre as espécies e o ecossistema.

Quanto a doenças infecciosas, a matemática pode auxiliar na análise do crescimento de populações de vírus e bactérias, através de curvas de exponenciais ou logísticas determinando o impacto de epidemias, ou ainda o crescimento de "culturas" de bactérias, úteis no desenvolvimento de novas substâncias para o atendimento a indústria farmacêutica.

Em síntese, a matemática é cada vez mais essencial à medicina veterinária, pois através dela permite-se ao profissional desta área, a criação de modelos e métodos para solucionar as mais diversas situações, favorecendo uma melhor integração do problema e sua resolução prática.



#### DIVULGAÇÃO DE EVENTOS

#### \* II Encontro da rede de professores, pesquisadores e licenciandos de Física e de Matemática

Local: Campus São Carlos da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

Data: 19 e 20 de novembro de 2010

Maiores Informações: <http://www.enrede.ufscar.br/index.htm>

#### \* 2º Encontro de Etnomatemática do Pará, com o tema "Educação Matemática e Cultura Amazônica na Região do Salgado"

Local: Bragança – PA

Data: 25 e 26 de novembro de 2010

Maiores Informações: <http://www.ufpa.br/ppgecm/>

#### \* III Fórum das Licenciaturas do Estado do Goiás

Local: Auditório de Cinemateca – IFG

Data: 26 de novembro de 2010

Maiores Informações: <http://www.sbem.com.br/files/folder.pdf>



MATEMÁTICA E  
CINEMA



#### 1) PROOF, Entre o gênio e a loucura

Realizador: John Madden

Ano: 2005

Argumento: David Auburn, Rebecca Miller

Elenco: Gwyneth Paltrow, Jake Gyllenhaal, Anthony Hopkins

Nacionalidade: EUA.

Duração: 1h 40min.

Site oficial: <http://www.miramax.com/proof/>

Sinopse: Catherine, uma talentosa estudante de Matemática, viu-se obrigada a abandonar a faculdade para tomar conta do pai, Robert Llewellyn, um brilhante matemático que aos 21 anos já tinha feito descobertas marcantes, mas a quem foram diagnosticadas perturbações mentais. Na véspera do seu aniversário, Catherine tem de lidar não só com a sua irmã Claire, como também com as atenções de Hal, um ex-aluno do pai que espera encontrar, nos 103 cadernos de apontamentos de Robert, algum trabalho de maior valor. À medida que Catherine se confronta com a afeição de Hal e os planos de vida de Claire, ela terá de resolver o maior problema de todos: que quantidade de loucura – ou genialidade – ela terá herdado do seu pai?

#### 2) The Math in the Movies Page

<http://world.std.com/~reinhold/mathmovies.html>



## POR ONDE ANDAM OS EX-ALUNOS ...

Quem nos conta o que anda fazendo ao longo dos anos é nossa querida Gabriella Marques.

Iniciei a faculdade no 1º semestre de 2005 para cursar licenciatura em Matemática. Ao iniciar a faculdade senti um pouco de dificuldade, como a grande maioria, mas nada que boas horas de estudo, idas a monitoria, reunião de grupos de estudo não me ajudasse...

No terceiro período ganhei uma bolsa de Iniciação Científica, e fui orientada pelo Prof Juan Bautista Limaco. Nesse período aprendi muito, pois tive uma boa orientação, e após 2 anos terminei essa iniciação e corri atrás de outras bolsas e...consegui! Então fui orientada pela Profª Solimá Gomes, a quem tenho grande estima, fiquei praticamente com essa bolsa até o fim da faculdade.

Além da bolsa que eu tinha com a Profª Solimá, também participava de outros eventos da UFF e fora dela, como: Semana da Matemática, Agenda Acadêmica, EREMAT no Sul e aqui no Rio.

Assim que me formei, no 2º semestre de 2008, comecei a trabalhar como monitora do colégio pH, e o que a UFF "não ensinou", o pH ensinou, pois na monitoria do pH atendíamos alunos desde o 6º ano do ensino fundamental até o pré-vestibular. Mas deixa-me explicar o porquê da fala "a UFF não ensinou". Quando cheguei à faculdade tive a grande ilusão de que eu aprenderia tudo, ou quase tudo do conteúdo que ensinaria nas escolas, tanto no ensino fundamental como no médio, mas isso não ocorreu. Acredito que muitos que entram na faculdade acabam se iludindo pensando que isso vai acontecer, e quando começam a estudar, praticamente não vêem nada do que ensinarão nas escolas. Creio que muitos desistem até mesmo por esse fato.

Fora o pH, eu resolvi dar continuidade ao bacharelado na UFF, mas logo percebi que não era muito o que eu desejava. Era tudo muito abstrato...rs... EDO, EDP, pra mim era coisa de maluco...rs... Então resolvi trancar a matrícula na UFF e dar início a minha pós (especialização). E no início de 2010, então ingressei na UFRJ iniciando minha especialização.

A Pós de lá é muito boa, mas tem um enfoque totalmente diferente da UFF. Os professores têm outra maneira de ensinar, outra didática. Estou gostando muito, mas não posso negar que sinto muita falta da UFF, dos professores, dos amigos que lá fiz, gostaria muito de reviver os tempos que estive estudando na UFF.

Deixando o momento de nostalgia (rs), em junho de 2010 fui chamada no concurso realizado em 2009 pelo Estado do RJ, e agora estou dando aula no Colégio Estadual Miguel Couto, em Duque de Caxias, leciono para o 7º ano. A escola é muito boa, mas os alunos são muito fracos (fato!!). Mas é o Estado, fazer o quê?!?!? Dar aulas para turmas com mais de 40 alunos se torna uma tarefa bastante complicada, ainda mais porque tenho uma voz muito fraca, e logo na primeira semana de aula, saí de lá com minha garganta péssima, tive que faltar na segunda semana, pois não tinha voz.

Agora fui aprovada no concurso realizado pela Prefeitura do RJ, para o magistério, e estou esperando ser chamada. Mas meu objetivo principal é dar aula em universidades, pois, quem sabe um dia, eu volte para a UFF, mas como professora.

Descrevi um pouco da minha trajetória pela UFF e o que ando fazendo agora. Obrigada pelo convite e até mais.

*Gabriella Marques*



## Escher o gênio da arte matemática



*Com a ajuda da geometria, nada é o que aparenta ser no trabalho surpreendente do artista holandês*

*Por Cláudio Fragata Lopes*

Você já deve ter visto pelo menos uma das gravuras do artista gráfico holandês M. C. Escher. Elas já foram reproduzidas não só em dezenas de livros de arte, mas também na forma de pôsteres, postais, jogos, CD-ROMs, camisetas e até gravatas. Caso não se lembre, então você não viu nenhuma. Olhar para as intrigantes imagens criadas por Escher é uma experiência inesquecível. Tudo o que nelas está representado nunca é exatamente o que parece ser. Há sempre uma surpresa visual à espera do espectador. Isso porque, para ele, o desenho era pura ilusão. A realidade pouco interessava. Antes, preferia o contrário: criar mundos impossíveis que apenas parecessem reais. Eis porque acabou se tornando uma espécie de mágico das artes gráficas.

Seus desenhos, porém, não nasciam de passes de mágica, nem somente de sua apurada técnica de gravador. Sua obra está apoiada em conceitos matemáticos, extraídos especialmente do campo da geometria. Essa era a fonte de seus efeitos surpreendentes. Foi com base nesses princípios que Escher subverteu a noção da perspectiva clássica para obter suas figuras impossíveis de existir no espaço "real". Aliás, desde o começo, fascinou-o essa condição essencial do desenho, que é a representação tridimensional dos objetos na inevitável bidimensionalidade do papel. Brincou com isso o mais que pôde. Também há matemática na divisão regular da superfície usada por Escher para criar suas famosas séries de metamorfoses, onde formas geométricas abstratas ganham vida e vão, aos

poucos, se transformando em aves, peixes, répteis e até seres humanos.

Foi essa proximidade com a ciência que deixou os críticos de arte da época de cabelo em pé. Afinal, como classificar o trabalho de Escher? Era "artístico" o que ele fazia ou puramente "racional"? Na dúvida, preferiram silenciar sobre sua obra durante vários anos. Enquanto isso, o artista foi ganhando a admiração de matemáticos, físicos, cristalógrafos e eruditos em geral. Mas essa é outra faceta surpreendente de Escher. Embora seus trabalhos tivessem forte conteúdo matemático, ele era leigo no assunto. A bem da verdade, Escher sequer foi um bom aluno. Ele mesmo admitiu mais tarde que jamais ganhou, ao menos, um "regular" em matemática. Conta-se até que H.M.S. Coxeter, um dos papas da geometria moderna, entusiasmado com os desenhos do artista, convidou-o a participar de uma de suas aulas. Vexame total. Para decepção do catedrático, Escher não sabia do que ele estava falando, mesmo quando discorria sobre teorias que o artista aplicava intuitivamente em suas gravuras.

A vida e a obra de Escher sofreram uma reviravolta depois da visita que o artista fez ao palácio mourisco de Alhambra, em Granada, construído pelos árabes no século 13, durante a ocupação da Espanha. Esteve ali por duas vezes, a primeira, em 1926, a segunda, dez anos depois. Copiando obsessivamente os ornamentos decorativos das paredes do palácio, o holandês descobriu os segredos da divisão regular do plano. Escher podia não saber nada de matemática, mas os árabes, sim. Um conhecimento, aliás, milenar. Usando polígonos regulares e congruentes, como triângulos, quadrados e hexágonos, eles criaram mosaicos de rara beleza, preenchendo as superfícies sempre sem sobreposição e sem deixar espaços ou lacunas entre as figuras.

### Isometria decorativa



Ao copiá-los, Escher acabou descobrindo os movimentos empregados para que o ornamento cubra-se a si mesmo: a translação, a rotação, a reflexão e a translação refletida, transformações que os matemáticos chamam hoje de isometrias, pois têm a propriedade de preservar a distância entre pontos. Alguns padrões permitem apenas um desses movimentos como simetria, outros, uma combinação de dois ou mais deles. Existem, ao todo, 17 grupos diferentes de combinações isométricas, que deixam um determinado ornamento invariante. Escher conseguiu chegar neles através do estudo sistemático e da experimentação. "Longe de ser um fato trivial ou intuitivo, esses grupos foram classificados, em 1891, pelo cristalógrafo russo I.S. Fedorov", esclarece o Prof Sérgio Alves, do Departamento de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística (IME), da Universidade de São Paulo, que, com frequência, utiliza os desenhos do artista holandês em suas aulas de Geometria. "É notável que Escher, sem qualquer conhecimento prévio de matemática, tenha descoberto todas essas possibilidades. Quanto aos quatro movimentos, são os únicos possíveis de serem aplicados sobre um padrão plano de modo que o resultado obtido seja exatamente a figura original. Em termos matemáticos, são as únicas

isometrias do plano. O estudo desses movimentos é chamado de Geometria das Transformações e suas leis governam a construção dos desenhos periódicos", explica.

### Ciclos sem fim

A isometria da reflexão é brilhantemente utilizada por Escher na xilogravura Dia e Noite, de 1939, talvez o seu trabalho mais conhecido. Quando o espectador fixa o olhar nos pássaros brancos, consegue vê-los voando para a direita, em direção à noite que recobre uma pequena aldeia à beira de um rio. Mas se o olhar se detém sobre os pássaros negros, o que se vê são aves sobrevoando uma paisagem iluminada de sol, que é exatamente a imagem refletida da paisagem noturna. Aos poucos, Escher vai ousando mais, sobretudo quando inicia seus "ciclos", onde a divisão regular da superfície aparece misturada a formas tridimensionais, geralmente num circuito sem fim, onde uma fase se dilui na outra. A litogravura Répteis, de 1943, é um bom exemplo disso. Nela está reproduzido o próprio caderno de esboços de Escher, colocado em perspectiva sobre uma mesa.

Subitamente, um dos répteis ali esboçado, criado a partir de uma base hexagonal, sai do papel e dá início a um breve ciclo de vida tridimensional. Sobe por um livro de zoologia, passa por um esquadro até alcançar o alto de um dodecaedro. Ali, no ponto máximo de sua aventura, sopra fumaça pelas narinas em triunfo, antes de, resignado, retornar à bidimensionalidade do caderno de esboços.

Cada vez mais fascinado pelos paradoxos visuais, Escher acabou chegando na criação de mundos impossíveis. Sem dúvida, essa é uma das faces mais intrigantes de sua obra. Litogravuras como Belvedere, de 1958, e Queda de Água, de 1961, são bons exemplos dessa fase.

"Nesses trabalhos, o artista joga com as leis da perspectiva para produzir surpreendentes efeitos de ilusão de ótica", explica Sérgio Alves. Mas Escher tinha um propósito muito especial na hora de elaborar essas paisagens insólitas: fugir do óbvio. Ele sabia que uma situação impossível só causa impacto no espectador quando não é imediatamente perceptível. "Se você quer que algo impossível chame a atenção, primeiro você deve convencer a si mesmo e só então o seu público", dizia Escher. "O elemento impossível deve ficar tão disfarçado que um observador desatento nem o perceberá".

Eis porque há sempre um clima misterioso envolvendo suas imagens. Belvedere mostra uma construção de arquitetura absolutamente impossível no mundo real. Mas, num primeiro momento, o espectador não percebe nada de errado. Só a observação mais atenta das colunas do edifício, assim como a escada de mão, apoiada ao mesmo tempo no interior do prédio e numa parede externa, dá pistas da impossibilidade.

### Truques óticos

O segredo de tal construção aparece na própria gravura, no pedaço de papel sobre o chão quadriculado, onde há o desenho de um cubo convencional, explica Sérgio Alves. "Dependendo do ponto de vista, o poliedro pode ser interpretado como um cubo transparente visto de cima ou visto de baixo. Em ambos os casos, os dois pares de retas, que no desenho se interceptam nos pontos assinalados por círculos, não podem ser realizados no espaço tridimensional". O homenzinho sentado no banco segura nas mãos

um modelo deste cubo inviável. Foi com base nessa estrutura que Escher desenhou Belvedere.

Nesta mesma linha de ilusões óticas está a litogravura Queda de Água. "Num primeiro olhar, o observador vê a água que passa por uma calha de tijolos cair e movimentar uma roda, para depois continuar o seu curso", descreve Sérgio Alves. "Mas numa observação mais cuidadosa descobre-se que a água corre continuamente para baixo e, ao mesmo tempo, afastando-se do espectador. De repente, o ponto mais afastado e mais baixo torna-se idêntico ao ponto mais próximo e mais alto, o que mantém o curso de água numa espécie de moto contínuo".

### Amor aos poliedros

Cada vez mais assediado pelos matemáticos, Escher acabou muitas vezes se inspirando em suas novas descobertas. O segredo de Queda de Água, por exemplo, está na figura do *tribar*, uma construção geometricamente impossível criada pelo matemático R. Penrose, em 1958. Escher utilizou três dessas figuras ligadas entre si como base da litogravura. O mesmo aconteceu com as xilogravuras onde aparece a Faixa de Moebius, forma desenvolvida pelo matemático alemão Augustus Möbius (1790-1868), usada na demonstração das propriedades básicas da Topologia. A sugestão de introduzi-la em sua obra partiu de um matemático inglês, em 1960. Até então, Escher nunca tinha ouvido falar nela. A grande curiosidade desta fita é o fato de possuir "um lado só", o que imediatamente fascinou o artista holandês. Produziu a partir dela duas xilogravuras, Laço de Moebius I, de 1961, e Laço de Moebius II, de 1963. Neste segundo trabalho, Escher acrescentou nove formigas que aparentemente circulam por *lados diferentes do laço*.

Mas seguindo-as com o dedo, descobre-se que estão caminhando o tempo todo do mesmo lado. Escher foi atraído também pelo formato dos sólidos geométricos, em especial dos poliedros. Seu interesse nasceu a partir da observação das formas dos cristais, possivelmente influenciado por seu irmão, que era geólogo e autor de um manual sobre mineralogia e cristalografia. Realizou diversos trabalhos explorando as possibilidades dos poliedros, entre eles, a conhecida xilogravura Estrelas, de 1948. Maravilhado por suas formas, chegou a declarar seu amor por eles, dizendo que no caos da sociedade moderna "representam de maneira ímpar o anelo de harmonia e ordem do homem". Mas ressaltou: "Ao mesmo tempo nos assusta sua perfeição e nos faz sentirmos desvalidos. Os poliedros regulares têm um caráter absolutamente não humano. Não são invenções da mente humana, já que existiam como cristais na crosta terrestre muito antes do homem entrar em cena".



### DICAS DE VETERANOS

Quem nos brinda com suas sugestões é Flavia Patricia Amorim Amin.

Ingressei na UFF no 2º semestre de 2002, e no início pra mim tudo era festa, frequentei quase todas as chopadas que tinha aqui na UFF, e por conta disso, acabei por estudar muito pouco, conseqüentemente reprovei diversas vezes a mesma matéria, só me dei conta do meu prejuízo quando estava cursando pela 4ª vez a mesma

matéria, foi aí que me bateu um desespero, e resolvi estudar, tentar recuperar o tempo perdido. Com isso comecei a frequentar monitorias, a fazer grupos de estudo, foram muitas horas de estudo árduo. Ah! Também puxei menos matérias, com isso o meu rendimento na faculdade foi aumentando.

Ao mesmo tempo consegui uma bolsa com a Profª Eliane e passei a trabalhar em seu projeto de Origami, fiquei como bolsista durante um ano, onde obtive uma boa experiência, pois frequentávamos as escolas públicas da região. Quando completei 14 semestres pedi permanência.

Agora estou terminado a faculdade e deixo aqui a minha dica: não levem a faculdade na brincadeira como eu fiz, evitem faltar às aulas, não deixe acumular dúvidas, sempre que possível procure um professor ou monitor, frequentem mais a biblioteca, pois temos um grande acervo de livros que a UFF nos empresta para que possamos estudar, como também frequentem a sala de estudos que temos disponível no 6º andar.

Então é isso fica aqui a minha dica. Boa sorte a todos e até a próxima.

## TROCANDO EM MIUDOS ...



### Aspectos da definição em Matemática.

#### Parte I: Introdução.

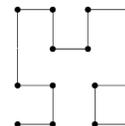
A definição tem sido objeto de estudo por filósofos, lógicos, matemáticos e educadores. Neste texto indicamos alguns passos dados para mostrar a amplitude do assunto. Não é possível detalhar os diversos ângulos. Uma definição deve ser clara, e não levar contradição. Caso se trate de um objeto definido perguntamos pela sua existência. Temos dois componentes básicos na definição: o objeto que está sendo definido, denominado *definiendum*, geralmente escrito primeiro e o segundo componente que escrevemos à direita, a seguir, denominado *definiens*. Na física temos a definição: um metro corresponde a 1 650 763,73 vezes o comprimento de onda da radiação do isótopo criptônio 86 no vácuo. Esta é uma definição ostensiva e é de uso comum nas ciências naturais. No ensino da matemática, podemos utilizar o método ostensivo para apresentar o trinômio do segundo grau ou um polinômio numa variável, pois ostensivamente apresentamos a expressão formada pelos seus coeficientes e a variável, que são seus componentes. Como uma definição deve priorizar o entendimento, seria difícil dizer no ensino básico ou médio, que um polinômio é uma sequência de suporte finito. Há definição de outra natureza. A noção de triângulo retângulo caracteriza uma subclasse dos triângulos. Definimos também um de seus componentes: a hipotenusa e o lado que se opõe ao ângulo reto ou ainda, e o maior lado do triângulo retângulo. Ela existe, pois supomos que o triângulo em questão contém um ângulo reto e é única, pelo teorema do ângulo externo. Existem objetos usados em matemática, cuja definição ainda é fruto de discussão. Tal é o caso da noção do que seja um número natural. De um lado, os axiomas de Peano descrevem o sistema de naturais. Intuicionistas como Brouwer, Weil e Heyting consideram que isto é suficiente, pois consideram intuitiva a noção da série dos naturais. Assim, não consideram importante caracterizar o que seja um número natural em particular e sim sua posição na série. Esta é uma

visão estruturalista da matemática. A sucessão  $1, 2, 3, \dots$ , em conjuntos tem expressões como:

Naturais  $N_1$ :  $\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots$

Naturais  $N_2$ :  $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\{\emptyset\}\}\}, \dots$

O aspecto  $N_1$  foi sugerido por Von Neumann, onde  $\emptyset$  = conjunto vazio e o sucessor de  $n$  é  $n \cup \{n\}$ . Mas em seu artigo, Hilary Putnam argumenta a disparidade de dois sistemas como  $N_1$  e  $N_2$ . De fato, em  $N_1$  temos as sentenças ( $2 \in 5$ ) e ( $x < y$  se, e só se  $x \in y$ ); além disso, um conjunto tem três elementos se existe uma bijeção de  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  sobre ele. Estes fatos são falsos em  $N_2$ . Em  $N_2$  todo natural é um conjunto unitário. O leitor pode consultar Benacerraf, Paul, Putnam, Hilary, *What Numbers Could not be, Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press 1985. Tal situação reforça a posição estruturalista da matemática. Neste sentido, a Álgebra é de característica estruturalista, pois seus objetos são estruturas. Mas a noção de estrutura e mais geral que axiomas sobre operações e conterem somente axiomas sobre relações. A Geometria Euclidiana foi apresentada por Hilbert como uma teoria de relações (incidência, ordem, congruência e paralelismo). Neste caso, submetemos a uma análise de consistência e os axiomas devem ser independentes. A consistência é satisfeita com a existência de um modelo da teoria. No entanto, nenhuma teoria teve demonstrada sua consistência de modo absoluto. A geometria analítica é um modelo da geometria euclidiana e garante sua consistência se a aritmética dos reais o for. Assim se a aritmética real for consistente, também o será a geometria euclidiana e vice-versa. Por outro lado, se a geometria euclidiana for consistente, também o será a geometria hiperbólica. Outra possibilidade e a de um objeto matemático possuir uma ontogênese, ou seja, uma mutação, fruto de generalizações e novas necessidades. Por exemplo, o conceito de *Poliedro* não estava definido no momento que Euler demonstrou seu teorema. Usava-se as características básicas dos poliedros de Platão como referência. Podemos ver este caso em Lakatos, Imre, *A lógica do descobrimento matemático*, Zahar Editores 1978. Outro exemplo é o conceito de curva (ver [Boyer]). No período clássico, a idéia de curva está ligada tanto a trajetórias em movimentos uniformes, quanto a interseções. Por exemplo, a elipse pode ser visualizada sempre que um tronco cilíndrico for seccionado diagonalmente. Talvez o primeiro exemplo de curva como lugar geométrico tenha sido obtido por Hipócrates de Chios com a proporção  $a/x = x/y = y/2a$  para a duplicação do cubo. Mais tarde, com o avanço do cálculo diferencial, foram descobertas muitas curvas com propriedades físicas como a tractrix (ou tratorria), a velaria e a braquistócrona (ver Curso de História da Matemática, volume 5 pág 30, Universidade de Brasília 1985). Em 1890 Peano mostrou como a matemática poderia contrariar o senso comum ([Boyer] pág 437). Seu interesse e projetos em fundamentação da matemática o levaram a descobrir uma curva que 'ocupa uma área'. E conhecido também o exemplo dado por Hilbert (Boyer pág 447), que mostramos a seguir. Comece por um quadrado e o divida em quatro outros quadrados. Una os quatro pontos centrais destes quadrados. Este é o estado 1 da curva. Abaixo estão os estados 1 e 2 (os terminais são os centros dos dezesseis quadrados, que não foram traçados). Ao passarmos para um estágio posterior obtemos uma curva que enche mais o quadrado. Fazendo  $n$  tender ao infinito preencherá o quadrado todo.



Esta curva tem outra propriedade interessante de não possuir tangente em ponto nenhum. Exemplos como estes foram alvo de críticas de Poincaré, mas a matemática absorve novos enfoques e seu uso desde que contribuem para aumentar conhecimento. A apresentação da geometria euclidiana como uma teoria de relações por Hilbert chocou diversos matemáticos, pois abria uma janela pela qual partes relevantes da Matemática como a geometria Euclidiana poderia ser vista como um simples jogo, ao se referir tão somente a axiomas que poderiam ser arbitrários, desde que não fossem contraditórios. A Matemática estaria desvinculada da realidade, a ponto da geometria ser caracterizada como uma teoria de relações e não mais como uma teoria sobre o espaço físico. Para esclarecer sua posição de matemático criativo, Hilbert escreveu o livro *Geometry and the Imagination*, em parceria com Cohn-Vossen em 1952.

## Parte II: Considerações dos fundamentos da matemática.

O polonês Stanislaw Lesniewski (1886-1939) considera que uma definição é a introdução de um novo símbolo numa teoria. Para que uma fórmula  $S$  introduza um novo símbolo numa teoria  $T$  deverá satisfazer a dois critérios. O primeiro é o critério de eliminabilidade: se  $S1$  é uma fórmula na qual  $c$  ocorre, então existe uma fórmula  $S2$  onde  $c$  não ocorre e tal que ( $S$  então ( $S1$  se, e só se  $S2$ )) é um teorema obtido a partir dos axiomas originais de  $T$  e das definições que antecedem a definição de  $c$ . O segundo é o critério de não-criatividade, ou seja, não existir em  $T$  nenhuma fórmula  $C$  na qual  $c$  não ocorre e tal que ( $S$  então  $C$ ) é um teorema obtido a partir dos axiomas originais de  $T$  e das definições que antecedem a definição de  $c$ , mas  $C$  não é um teorema obtido da mesma forma. Certos paradoxos surgidos na teoria dos conjuntos levantaram a questão da definição *impredicativa*, também denominada de 'círculo vicioso', que ocorre quando *definiens* contém a presença do *definiendum*. Por exemplo, na sentença 'seja  $X$  o conjunto de todos os conjuntos que não pertencem a si mesmo' temos a possibilidade de  $X$  não pertencer a si mesmo. Concluímos não ser possível dizer se  $X$  é elemento de si próprio ou não. Este é denominado Paradoxo de Russell, pois foi descoberto por Bertrand Russell. Deixamos em aberto uma questão: Mesmo uma noção categórica em matemática é a menos de isomorfismo. Não seria isto um indicio do estruturalismo ser dominante em matemática? Portanto, o que é um indivíduo ou um objeto em matemática?

## Parte III: Definições na Matemática Básica.

Em seu estilo matemático, o conceito é uma noção de base cuja definição é rigorosa (ex: o conceito de cilindro reto: figura geométrica gerada por uma reta, dita geratriz, que se desloca apoiada numa circunferência contida num plano perpendicular à geratriz) (ver Marcondes / Japiassu). Do ponto de vista lógico, definir significa determinar a "compreensão que caracteriza um conceito". Para Aristóteles, a definição é a fórmula que exprime a essência de uma coisa, sendo composta do gênero (próximo) e das diferenças específicas. Definição nominal é aquela que explica o sentido de uma palavra pelo recurso a outras

palavras ou à etimologia. Definição real é aquela que indica a natureza do objeto ou da coisa a ser definida (ver Marcondes / Japiassu).

*A definição de um Polinômio.*

Mostremos que um objeto matemático não pode ser apresentado sob todos os pontos de vista possíveis, ou seja, uma definição não cobre todos os significados de um objeto. Um 'polinômio em  $x$ ' contém o uso de uma variável livre, conceito que nem sempre podemos apresentar na íntegra, pois destacá-lo leva a complicações formais por vezes prematuras e mesmo desnecessárias. O aluno, ao longo de sua formação, usará este objeto de forma cada vez mais apurada, mas a cada momento um determinado significado é levado em conta. A definição de um polinômio deve ser precedida da noção de álgebra livre de suporte finito. Sem este conhecimento ou ainda se o aluno não tem maturidade para absorver estas noções devemos considerar um polinômio como um conjunto de regras que declaram: multiplique por 3 o quadrado de  $x$ , some 7 vezes o valor de  $x$  e subtraia 5. Com isto obtemos o polinômio  $3x^2 + 7x - 5$ . Assim podemos dizer que, para um aluno, o polinômio não existe como conceito: começa a ser apresentado como uma expressão isolada. O aluno saberá substituir cada termo da sequência 1,  $x$ ,  $x^2$ , etc. por um valor numérico na escola básica e compreender que há uma regra de transformação que para um valor  $x = r$  faz corresponder o valor numérico  $3r^2 + 7r - 5$ .

*As Funções Trigonômicas.*

Num triângulo retângulo, onde a hipotenusa mede uma unidade, a medida do cateto oposto a um ângulo é o seno deste ângulo. O cateto adjacente é o co-seno e a tangente é a razão entre as medidas destes catetos. Obtemos imediatamente os valores do seno de ângulos especiais como 30 graus, 45 graus e 60 graus. Muitos problemas de medida podem ser feitos considerando ângulos agudos, como o da altura de uma torre. Com a noção de projeção ortogonal e o círculo trigonométrico estendemos os valores do seno e do co-seno para qualquer ângulo de 0 a  $2\pi$  (feitas a conversão entre grau e radiano). No entanto, não sabemos ainda o que significa um ângulo de  $\alpha$  graus, como o caso de  $\alpha = \sqrt{3}$  ou  $\alpha = 1 + \sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ . Uma saída é a de considerar um ângulo de 90 graus como a medida de um ângulo reto e aproximar a medida de um ângulo de  $\alpha$  graus pelo processo de bissetriz. Assim, a determinação principal de um ângulo em graus estaria no intervalo  $0 \leq x < 360$ . Para determinar a semi-reta que faz com o eixo positivo OX um ângulo de  $\alpha$  graus, tomamos submúltiplos do ângulo reto, até obter no limite a medida de  $\alpha$  no padrão 90/n. Por exemplo, o ângulo de 198 graus tem a medida exata usando-se  $n = 5$ . Temos:

$$198 = 10 \left( \frac{90}{5} \right) + \left( \frac{90}{5} \right).$$

O caso incomensurável é tratado como no processo de medida de um segmento. Indicamos ao leitor uma análise da definição do seno apresentada em Calculus (cálculo infinitesimal) do Spivak ou em Apostol, Calculus Volume 1. A função seno pode ser definida em termos de

uma equação diferencial:  $\frac{d^2f}{dx^2} + f(x) = 0$ , onde  $f$  satisfaz as

condições de contorno  $f(0) = 1$  e  $\frac{df}{dx}(0) = 0$ . Com a

expressão do seno em série de Maclaurin, podemos finalmente calcular ponto a ponto seus valores, mas perdemos a visão geométrica. Temos:

$$\text{sen}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

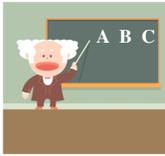
que converge para todo real  $x$ .

*A Esfera*

Denominamos por Esfera, o lugar geométrico dos pontos do espaço que equidistam de um ponto fixo. Tal ponto é denominado *centro* e a distância comum é dita *raio da esfera*. Nos *Elementos Euclides* encontramos o postulado: podemos traçar um círculo com qualquer raio dado. Isto mostra que Euclides considerava o círculo um objeto bem determinado. Algumas de suas propriedades usadas não foram justificadas. Por exemplo, Euclides utilizava a propriedade: 'Se ligarmos um ponto no interior a outro no exterior de um círculo por um segmento, este interceptará o círculo'. Tal situação foi sanada com a formulação dos *Fundamentos de Geometria* publicado por Hilbert. O desenvolvimento da matemática através de trabalhos como os de Frechet e de Hilbert, trouxeram a noção de espaço abstrato, o que resultou, em particular, em novas ênfases para a esfera, pois ela é dependente da distância. A Geometria do Espaço Euclidiano, círculo e a esfera em duas dimensões, e a  $n$ -esfera não têm imagem correspondente para  $n \geq 4$ . Do ponto de vista do topólogo, a esfera é algo compacto, portanto fechado e limitado em  $\mathfrak{R}^n$  ou numa variedade de Hausdorff, mas não há uma caracterização formal da esfera. Não deixa de ser estranho que objetos fundamentais para a matemática serem caracterizados a menos de um isomorfismo numa teoria. Por exemplo, temos o teorema: Se uma variedade riemanniana  $M$  é compacta, sua curvatura gaussiana é  $K \geq 1$  e  $\text{diam}(M) > \frac{\pi}{2}$  então  $M$  é homeomorfa à esfera. Mas um homeomorfismo tem um grau de liberdade tal que não poderíamos ousar em dar forma a um objeto topológico, salvo no que concerne a uma noção como a de conexidade (algo que tem um só pedaço). A forma da esfera não se mantém, pois depende da distância; no plano  $\mathfrak{R}^2$  com a distância  $d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \text{Max}\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$ , o círculo unitário de centro na origem tem a forma de um quadrado em  $\mathfrak{R}^2$ . Mesmo para um geômetra, a caracterização da esfera é dependente de aspectos topológicos: A esfera é uma superfície regular conexa, compacta de curvatura gaussiana constante (a menos de isometria). Num corpo  $p$ -ádico todo ponto da esfera é centro desta, o que fere nossa intuição sobre que a esfera possuir um centro bem delimitado. Como o leitor percebeu o tema do texto é amplo e tem inúmeros desdobramentos. Agradeço aos colegas, Prof<sup>ª</sup> Lhaylla Crissaff e Fabio Santos do GGM, pela gentileza de aceitar a competência de revisar o texto (os possíveis erros e pontos de discussão são de minha responsabilidade).

Agradeço ainda o convite da Prof<sup>ª</sup> Márcia Martins para produção de mais um texto neste jornal e dar meus parabéns a equipe que atualmente se empenha em organizar a Biblioteca Dá Licença.

*Prof José Roosevelt Dias (GGM)*



### DÁ LICENÇA PARA O "BOM" PORTUGUÊS

Prof Paulo Trales (GAN)

#### Solução do problema apresentado no número anterior

Obs. Nas suposições iniciais vamos fazer uso de algumas das incógnitas mais utilizadas, na resolução de problemas, pela Rainha das Ciências.

Quantidade de sacos que o cavalo levava:  $x$   
Quantidade de sacos que o burro levava:  $y$

Língua materna	Linguagem algébrica (o "idioma" da álgebra)
Se eu levasse um dos seus sacos a minha carga	$x - 1$
seria o dobro da sua	$y + 1$
Se eu te desse um dos meus sacos a sua carga	$y + 1 = 2 \cdot (x - 1)$
seria igual à minha	$x + 1 = y - 1$

Após a correta passagem da língua materna para a linguagem algébrica, podemos facilmente resolver o problema, por meio de um sistema de equações com duas incógnitas,

$$\begin{cases} y + 1 = 2 \cdot (x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 2x - y = 3 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

que fornece como solução  $x = 5$  e  $y = 7$ . Isso nos leva a resposta do problema, ou seja, que o cavalo levava 5 sacos e o burro levava 7 sacos. Até a próxima!



MATEMÁTICA  
E  
HUMOR

**Integral Imprópria:** É aquela não recomendada para menores de 18 anos.

**Norma de um Vetor:** É uma lei à qual está sujeito um vetor.

**Regra de L'Hôpital:** É uma norma que deve ser observada no interior de casas de saúde. Exemplos: não fumar, falar baixo, respeitar o horário de visitas.

**Regra da Cadeia:** Regra à qual estão sujeitos os entes matemáticos que não se submetem às normas.

**Eliminação dos parênteses:** Matar membros da própria família. Cometida, em geral, quando se está interessado na herança de um tio velho e rico. Infracção sujeita à regra da cadeia.

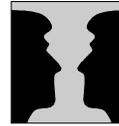
**Elemento:** Meliante; vigarista; indivíduo de conduta duvidosa. Não respeita as normas, estando, portanto, sujeito à regra da cadeia.

**Cela Aberta:** É cela pela qual muitos elementos escapam da regra da cadeia.

**Identidade:** É o documento dos membros da comunidade matemática, que serve para diferenciar as pessoas de respeito, dos elementos. É recomendável não sair de casa sem ela, para não correr o risco de ser submetido à regra da cadeia.

**Polinômio Irredutível:** Não muda de opinião, mesmo quando lhe são apresentados argumentos lógicos.

**Termo Independente:** É aquele termo que mora sozinho; trabalha fora; toma suas próprias decisões e não depende financeiramente dos pais.



### FALANDO SÉRIO

Quem nos brinda com sua entrevista é o Prof Marcelo Corrêa do GAN.

**Dá Licença:** Em que momento você se deu conta de que nutria especial interesse pela Matemática?

**Marcelo Corrêa (MC):** No ambiente escolar, mais especificamente na 6ª série do ensino fundamental, atualmente 7º ano. Entretanto, convém ressaltar que até aquela época, minha vida escolar era bastante comum. Apesar da timidez, interessava-me muito mais o convívio com os colegas e as atividades recreativas do que propriamente o "conhecimento acadêmico". O que se seguiu até a quinta série quando, felizmente, esta progressão convergiu para um ponto de equilíbrio mais saudável, mas de maneira um pouco tortuosa. Devo ter caído em mim, após ter sido aclamado como herói pela minha "turminha da bagunça" ao ter obtido uma nota nove ou por ter recebido uma advertência do setor de orientação educacional, por participações em atividades que atrapalhavam a ordem, por assim dizer. Por uma lucidez, inimaginável para aquele meu estágio de vida, ou por ingenuidade mesmo, pedi para trocar de colégio, conta minha mãe. Para ser mais preciso, mudar para o colégio em que ela começara, no ano anterior, a lecionar! Bem, vocês podem imaginar a situação: minha mãe, bastante rígida, conhecia todos os meus professores. Logo no primeiro dia de aula já "caí na real" e sentei em uma das primeiras fileiras, participava das aulas e passei a receber aqueles títulos não muitos honrosos para alunos dedicados, que nem preciso citar. O tal ponto de equilíbrio foi obtido por continuar a participar das atividades recreativas e esportivas, é claro! Voltando ao tema da pergunta, apesar de gostar muito de geografia e história, o interesse pela matemática surgiu de maneira natural, motivado, em parte, por uma excelente professora. Atraíram-me aqueles problemas contextualizados para determinação de quantidades, envolvendo modelagens que objetivavam a estruturação, e posterior resolução, de uma equação do primeiro grau a uma variável. Lembro também como eram intrigantes as técnicas de regra de três, simples e composta, especialmente quando aplicadas àqueles problemas que envolviam quantidades inversamente proporcionais. Entretanto, ainda mais marcante foi uma atividade proposta pela professora. Ela estimulou e organizou a criação de grupos de estudo extraclasses em que os alunos que estavam tendo melhor desempenho auxiliariam os colegas. Aderi prontamente ao projeto, afinal eu já ia várias tardes ao colégio (tentar) jogar futebol - e também estudar na biblioteca, já que minha mãe lecionava à tarde (sorrisos...). Gostei muito da experiência e a considero como decisiva

para, anos mais tarde, ter escolhido fazer o curso de graduação em matemática com o firme propósito de ser professor. Sempre agradeço à Profª Laisi, em todas as ocasiões em que a encontro, e também à minha mãe pelos seus exemplos de dedicação e amor à profissão.

**Dá Licença:** *Como foi a sua graduação? Nesta época, o que despertava mais a sua atenção?*

**MC:** A grade curricular curso de matemática da UFF naquela época era um tanto que atípica para os padrões atuais. Tínhamos, desde o início, disciplinas que mesclavam noções de análise e de cálculo, com mais ênfase em análise. Era uma matemática diferente do que eu esperava, mas gostei! Engraçado é que, no primeiro período, senti algumas dificuldades apenas em uma disciplina de álgebra linear, mas logo superei e me interessei muito por “aquela matemática”. Uma explicação fácil para isto poderia ser a “aula trote” que um falso professor, um tal de Petrucio (!), monitor da disciplina, aplicou, falando de um número de Hilbert expresso como uma razão com denominador igual a zero, chegando a desenvolver uma estrutura de grupo, se não me engano - pena que não copiei. Acho que aquilo me marcou por todo um período, tanto que nem procurei a monitoria (sorrisos...). Depois deste início pseudo-traumático, passei a me interessar bastante pela área de álgebra. Naquele primeiro período tinha também uma disciplina de lógica matemática. Foi amor à primeira vista! Há quem diga que foi pela professora, hoje aposentada, mas não é verdade (sorrisos...). O tema atraiu-me tanto que no ano seguinte comecei a participar de atividades de iniciação científica com professores da área de Lógica, sem mesmo saber o que isto significava, em um primeiro momento, nem ter uma bolsa-auxílio. Por outro lado, eu morava em uma cidade próxima a Niterói, Teresópolis, mas distante o suficiente para tornar o deslocamento diário bastante cansativo e dispendioso. Assim, por necessidade, mas também por interesse pessoal, comecei já no segundo período do curso a atuar em um colégio em Teresópolis como auxiliar de ensino, cooperando com professores de turmas de 7ª série. Isto durou até o quinto período quando, enfim, obtive uma bolsa de iniciação científica, o que permitiu que eu me dedicasse apenas ao curso e me mudasse também para mais perto, Duque de Caxias, mas nem tanto (sorrisos...). No final da graduação, além do interesse por temas relacionados à lógica matemática chamou-me também a atenção às disciplinas relativas à computação. Na universidade, mesmo com atraso, tinham sido recentemente implantados os terminais do computador de grande porte da IBM, em que podíamos programar e salvar nossos programas (escritos na linguagem Fortran ou ALGOL - ancestral da já ultrapassada Linguagem PASCAL) diretamente em contato com a máquina, em vez de perfurar uma sequência de cartões e entregá-los a alguém para submetê-los ao processamento. Algo fascinante para aqueles que, como eu, não puderam ter contato com o “inovador” TK85, ou com a linguagem Basic! Era ainda a pré-história da informática (sorrisos...). Logo, em seguida, passei a utilizar os computadores pessoais (PCs) para digitar os textos da monografia de iniciação científica e conheci a linguagem PROLOG (para Programação em Lógica). Assim, a atração pela área de computação, em particular lógica aplicada à computação, foi também inevitável.

**Dá Licença:** *Quando você decidiu seguir a carreira acadêmica?*

**MC:** Bem, como eu disse, ingressei no curso de matemática interessado em ser professor - um dos poucos da minha turma. Já no primeiro período me imaginava lecionando e sonhava, ao me formar, em instalar-me no interior de Minas Gerais, próximo a familiares, e atuar na educação básica. Entretanto, no decorrer do curso, meus horizontes foram ampliados. As experiências adquiridas no projeto de iniciação e também o contato com informática, levaram-me a uma bifurcação: ingressar no mestrado ou fazer um curso de pós-graduação *lato sensu* em Análise de Sistemas. Muitos colegas terminavam o curso de matemática e migravam para informática para atuarem como analistas de sistema, uma área com boa remuneração e bom aproveitamento em empresas à época. Isto era tentador, entretanto, eu me senti muito mais estimulado pelos desafios proporcionados pelos temas de pesquisa em subáreas de contato entre matemática e computação. Estudar, aprender e aplicar conhecimentos parecia-me muito mais enriquecedor. Além disto, aquele desejo inicial de ser professor não deixava de bater forte em mim. Foi também decisivo o apoio de professores como Ilka de Castro, orientadora de iniciação científica, Doris Aragon, Presidente do ILTC (Instituto de Lógica, Filosofia e Teoria da Ciência), Rosa Baldi, Regina Moreth, Maria Teresa D'Avila e colegas de projeto como Rosane de Oliveira, Claudia Boeres e Jorge Petrucio. Afinal, eles perceberam em mim potenciais que eu mesmo não reconhecia.

**Dá Licença:** *Conte-nos sobre a sua vinda para o GAN, sobre seu mestrado, doutorado e seu pós-doutorado.*

**MC:** Cursei o mestrado na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) na área Inteligência Artificial, com ênfase em lógicas não-clássicas. Desde o final da graduação, interessaram-me os métodos automáticos de prova e suas aplicações para os problemas de representação de conhecimento. Minha monografia de iniciação científica versou sobre o método de resolução e, no mestrado, estudei os métodos de Dedução Natural, de Cálculo de Sequentes e de Tableaux (árvores de refutação) aplicando especialmente o método de resolução e de tableaux para lógicas não-monotônicas e lógicas paraconsistentes, sob a orientação dos professores Tarcísio Pequeno e Hermann Haeusler. Foi marcante também, naquela fase, ter começado a lecionar na PUC, como auxiliar de ensino e pesquisa. Nossa! Lecionei uma disciplina de Introdução à Ciência da Computação para o ciclo básico do Centro Tecnológico, para alunos dos cursos de Matemática, Engenharia e Física. Eram várias turmas e eles davam preferência para alunos de doutorado, mas acabaram aceitando alunos de mestrado. Preparávamos textos didáticos auxiliares para os alunos, o que me ajudava também a me preparar (sorrisos...). Minha primeira turma tinha mais de 60 alunos! Foi um grande desafio, mas me senti muito bem: consegui controlá-los (isto mesmo), com firmeza e mansidão, estimulá-los e auxiliá-los. Sentia que tinha a confiança deles. Percebi que a experiência com os adolescentes durante a graduação tinha sido proveitosa. Mesmo antes do final daquele primeiro semestre, em 1991, tive a certeza de que tinha feito a escolha certa ao optar por esta carreira. Por uma feliz coincidência (político-administrativa), a UFF abriu concursos em várias áreas. Assim, fiz um concurso para o Departamento de Análise (GAN), para uma vaga na área de Lógica, juntamente com o Prof Jorge Petrucio (que ficou em primeiro lugar, é claro! sorrisos...). Ingressei no GAN no início de 1993, já tendo concluído o mestrado e iniciado o doutorado. No doutorado, cursado também na PUC-Rio, sob a orientação do Prof

Hermann Haeusler, me aproximei da área de Teoria da Computação, dedicando-me especificamente à Teoria da Prova, estudando tópicos como Cálculo de Sequentes, Lambda Calculus e Teoria das Categorias, além de aprofundar os estudos sobre o sistema de dedução natural e as noções de prova normal, as técnicas de normalização e as noções correlatas nos sistemas de cálculos de Sequentes e Lambda Cálculo. Por fim, minha tese de doutorado versou sobre um modelo em teoria das categorias para a noção de sequencialidade - ou um operador produto não-comutativo, com enfoque em noções relativas às lógicas subestruturais, como o Cálculo Lambek. Realizei um estágio de pós-doutorado na Universität Tuebingen, na Alemanha, entre 2004 e 2005, por meio de um projeto de cooperação entre o grupo de pesquisa coordenado pelo Prof Hermann Haeusler (PUC-Rio) e pelo Prof Peter Schroder-Heister (Univ. Tuebingen). Meu objetivo foi interagir com o Prof Schroder-Heister, autor de diversos artigos relacionados à Teoria da Prova e co-editor da coletânea de artigos reunidos sob o título "Substructural Logics" da Oxford University Press, e também com seus colaboradores. Neste período, desenvolvi um trabalho a respeito de um sistema lógico (subestrutural) com aplicação à área de linguística computacional, porém os melhores resultados que obtive foram o crescimento e o amadurecimento pelo convívio em um ambiente acadêmico diferente do nosso, percebendo seus valores, critérios e métodos, algo que não pude experimentar no período do doutorado.

**Dá Licença:** *O que mais te atrai na vida acadêmica?*

**MC:** Atuar em um ambiente em que o conhecimento é gerado e disseminado é para mim um dos maiores atrativos da vida acadêmica. A conjugação das ações de professor e de pesquisador é certamente uma característica marcante da carreira, mas que cede espaços também para as ações administrativas e de extensão. O envolvimento nestas outras linhas também têm me chamado a atenção nestes últimos anos, pelas possibilidades de conhecer e contribuir para a comunidade universitária e outros segmentos da nossa sociedade.

**Dá Licença:** *Conte-nos como foi a experiência de ter sido chefe do GAN e também sobre suas atividades atuais?*

**MC:** A atuação na chefia do Departamento de Análise, de meados de 1999 ao início de 2002, foi realmente um ponto marcante da minha trajetória, apesar de não ter almejado isto. Sabe aquelas coisas que quando você se dá conta já está no meio e parece até ser um caminho natural? Pois é, após o término do doutorado, passei a ser convocado pelo Chefe de Departamento, Paulo Trales, a cooperar com as atividades administrativas, como representação em colegiados de curso, comissão de ensino e extensão, comissão de pesquisa e capacitação e comissões temporárias. Foi interessante passar a ver nossas atividades sobre outro olhar. Porém, quando sugeriram que me candidatasse à chefia, eu me assustei, afinal as responsabilidades eram muitas e eu também precisava ter tempo para me dedicar à pesquisa, lecionar cursos, também de pós-graduação, consolidar os trabalhos que iniciei no doutorado, orientar alunos, etc. Foi uma decisão difícil. No sistema de administração universitária, a chefia de um departamento de ensino é uma função temporária, exigente e de fundamental importância para o adequado atendimento das diversas demandas dos órgãos superiores, cursos e alunos e também para propiciar aos demais professores condições para exercerem suas atividades. Com isto em mente, dediquei-me bastante, busquei conhecer os diversos

procedimentos e normas da universidade, contando sempre com a colaboração dos colegas. Nos últimos anos, tenho apoiado duas ações acadêmicas de nossa universidade e uma ação em extensão, em parceria com o IMPA e outras instituições de ensino superior do país. Cada uma delas com interessantes desdobramentos e impactos na área educacional: o curso de Licenciatura em Matemática a Distância, vinculado ao Consórcio CEDERJ, que atende a alunos de diversos municípios do Estado do Rio de Janeiro, especialmente do interior, buscando propiciar-lhes uma formação em nível superior amparada por instituições públicas de ensino; o curso de Especialização a Distância em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática, que visa à formação continuada de professores de matemática da educação básica de vários municípios da região sudeste, preferencialmente da rede pública, complementando sua formação e capacitando-os na utilização de recursos e novas tecnologias para apoio ao processo de aprendizagem em Matemática; e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que busca destacar e incentivar alunos talentosos das escolas públicas de todas as regiões do país, estimulando-os a participar de atividades de (pré) iniciação científica em suas regiões de tal modo que recebam uma bolsa-auxílio, material didático e apoio pedagógico de professores participantes do projeto. O interessante é que, agora ao falar sobre isto, percebo que, de certo modo, estes projetos me reaproximam de minhas origens e de meus antigos propósitos, uma forma de colaborar com alunos e professores da educação básica, ressaltando ainda que eles, respeitando-se suas particularidades, criam oportunidades de crescimento pessoal e profissional especialmente para aqueles que estão fora dos grandes centros.

**Dá Licença:** *Gostaria de deixar alguma mensagem para os alunos?*

**MC:** Aproveitem ao máximo todas as oportunidades que tiverem e dediquem-se muito, sem se esquecerem de cultivar as amizades verdadeiras!



**BIBLIOTECA  
DÁ LICENÇA**

Gostaríamos de comunicar ao nosso Instituto que acabamos de receber do Prof Roberto Zaremba a doação de 180 livros que pertenciam ao estimado Prof Jairo Bezerra, falecido há alguns meses. São obras de grande valia que vêm a enriquecer o acervo da nossa Biblioteca e que está sendo construída através de doações de pessoas físicas e editoras. Estamos em fase de arrumação e catalogação dos livros e pretendemos colocar a Biblioteca em funcionamento em meados de 2011.

---



---

#### **EQUIPE DO JORNAL DÁ LICENÇA**

[jornal.dalicensciatura@gmail.com](mailto:jornal.dalicensciatura@gmail.com)

Coordenadora: Prof<sup>ª</sup> Márcia Martins (GAN)

Vice-coordenadora: Prof<sup>ª</sup> Valéria Zuma Medeiros (GMA)

Docentes Participantes: Prof<sup>ª</sup> Anna Beatriz A. Santos (GAN) + Prof José Roosevelt Dias (GGM) + Prof Paulo Trales (GAN) + Prof Carlos Mathias (GMA) + Prof Wanderley M. Rezende (GMA)

Discentes participantes: Alci Jorge

Bolsista: Amanda Mota

---



---