Setembro / 10 **Ano XV - Nº 44**

Universidade Federal Fluminense

Jornal DÁ LICENÇA

EDITORIAL

Queridos leitores. É com muita satisfação que, neste mês de setembro, chegamos a esta edição comemorativa dos 15 anos do Jornal Dá Licença. Os anos foram se passando e a equipe sempre atenta, se esmerando em proporcionar a vocês um trabalho de qualidade. O entusiasmo nos mobiliza, nos impulsiona a aprimorarmos cada edição.

Você calouro, você veterano, você colega docente, venha trazer a sua contribuição para este veículo de comunicação que é de vocês.

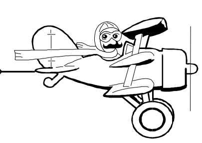
Participe, visitando o site do Programa *Dá Licença* – www.uff.br/dalicenca – conferindo as novidades, enviando as suas críticas e sugestões, respondendo as enquetes propostas.

Desejamos que, a cada ano, nossa integração seja mais forte e agradecemos a acolhida que recebemos da comunidade do IMUFF ao longo destes 15 anos.

Este Número ...

... conta com dicas de sites, livros, etc. que envolvem matemática. Na seção *Falando Sério* quem nos concedeu uma entrevista foi a Profª Renata Freitas do GAN. Em *Dá Licença para o "bom" Português,* contamos com a colaboração do Prof Paulo Trales (GAN). Em *Dicas de Veteranos*, contamos com a contribuição da aluna Aline Ferreira. Em *Por onde andam os Ex-alunos*, quem nos conta o que anda fazendo é Flavia Freitas Maia. Não deixe de tentar resolver o desafio proposto. Boa Leitura!

NOTÍCIAS DA DIREÇÃO



Queridos leitores do *Dá Licença*!

Ao olhar, hoje de manhã, os últimos comprimidos de Lisinopril na cartela, me dei conta que o mês de agosto já vai chegando ao fim. Que dias magníficos temos tido. Ontem, o pôr-do-sol foi glorioso!

Tudo isto me faz pensar em rotina, no nosso dia-a-dia, nos ciclos que se seguem. Recomeçam as aulas e inauguramos um novo semestre. É uma boa oportunidade para repetirmos este ciclo de maneira renovada, nos aplicando mais e evitando a armadilha de nos comprometermos com mais coisas do que podemos realmente fazer. Olha quem fala, eu que estou sempre atrasado com esta coluna, tentando driblar a editora do nosso jornal.

Neste reinício de aulas enfrentamos um 'bom' problema: escassez de salas de aulas. Esta questão tem nos afligido duramente e soluções mais duradouras ainda estão por vir. São as dores do crescimento. A UFF tem feito um esforço grande para dar oportunidade a um número maior de pessoas, mas enquanto as novas instalações não ficam prontas, temos que nos acomodar com o espaço disponível. Ainda no tema da minha inspiração inicial, registramos com orgulho e alegria a comemoração do Jubileu de Prata do Departamento de Estatística, realizada no dia 5 deste mês de agosto. O GET – Departamento de Estatística – está mesmo de parabéns, ao chegar a esta data com um corpo docente excelente, chefiado pela querida Profª Ana Maria Farias. A solenidade contou com o convidado especial, Prof Gauss Moutinho Cordeiro, da Universidade Federal Rural de Pernambuco, que proferiu uma palestra, e a presença também especial do Magnífico Reitor da UFF, Prof Roberto Salles. A Direção do Instituto foi representada pela vice-diretora, Profª Regina Moreth, uma vez que este escriba se encontrava na PUC-RJ, onde estava sendo realizado o XVII EBT – Encontro Brasileiro de Topologia, área da Matemática na qual tenho atuado.

Voltando ainda uma vez ao tema dos ciclos, lembramos daquele que nos é mais precioso, o ciclo da vida. Há pouco tempo perdemos a companhia do querido Prof Cláudio Pessanha, do Departamento de Geometria. Lembro-me que em diversas ocasiões dei aula logo após alguma aula do Pessanha, que atuava na área de Geometria Descritiva, entre outras coisas. Nestas ocasiões era comum ir apagando o quadro sempre aos pouquinhos, tal era admiração que sentia por aquelas efêmeras obras de arte por ele produzidas. A Geometria Descritiva é uma área da Matemática que remete ao passado, ao período do Renascimento. Pois uma grande contribuição do Pessanha, em parceria com alguns outros colegas, foi dar um sopro de modernidade a esta área, criando uma versão eletrônica desta disciplina, mostrando como podem ser harmoniosamente combinados a tradição e a modernidade. Lembro ainda quão afável, camarada, disponível e cooperativo foi o professor enquanto conosco conviveu. Certamente deixa saudades.

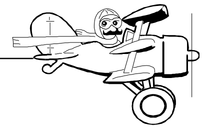
É isso, pessoal, até a próxima edição, com um forte abraço aqui de Piratininga!

Mário Olivero

Parem as prensas! (eu sempre quis usar esta frase...) Uma última nota: o Conselho Universitário da UFF acaba de aprovar o pedido emanado do nosso Colegiado da

Unidade, que decidiu pela mudança do nome do Instituto de Matemática para Instituto de Matemática e Estatística!

NOTÍCIAS DO PROGRAMA DÁ LICENÇA



Olá Pessoal, neste mês de setembro o Jornal *Dá Licença* faz 15 anos de existência. Para nós, do Grupo *Dá Licença*, isso é motivo de muita alegria e de muito orgulho. São 15 anos de história que não dá pra esquecer. Por conta disso, estamos providenciando a produção de um CD comemorativo com o conteúdo de todas as edições do jornal. Pretendemos fazer o lançamento deste CD no mês de novembro, na Semana Acadêmica da UFF. E, é claro, continuar essa história de dedicação e compromisso com a formação de nossos alunos, por mais quinze anos (quem sabe!). Como já afirmamos diversas vezes: esse jornal é por vocês e para vocês!

"O único homem que está isento de erros, é aquele que não arrisca acertar".

Einstein

CADERNO DÁ LICENÇA

Coordenador: Prof José Roberto Linhares (GGM)

O caderno Dá Licença está com submissão de trabalhos aberta para o próximo número. Informações podem ser obtidas no site www.uff.br/dalicenca.

EVENTOS DÁ LICENÇA

Coordenadora: Prof^{a} Solimá Pimentel (GAN)

Não foram divulgados até o momento.

DICAS DA REDE

www.wolframalpha.com

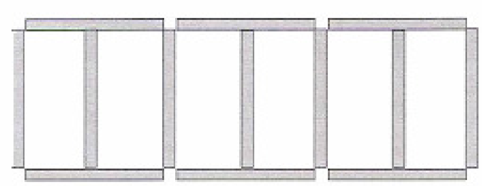
Wolfram Alpha é um mecanismo de resposta desenvolvido pela Wolfram Research. É um serviço permanente online que responde perguntas factuais diretamente determinando a resposta através de dados estruturados ao invés de fornecer uma lista de documentos ou páginas da web que possam conter a resposta como seria obtida através de um site de busca, por exemplo Google. Foi anunciado em Março de 2009 por Stephen Wolfram, e foi lançado ao público em 15 de maio de 2009. Foi votado como sendo a melhor inovação computacional de 2009 pela revista *Popular Science*.

Responde a perguntas das mais variadas áreas do conhecimento humano, tais como Matemática, Física, Estatística, Engenharia, Química, Nutrição, Linguística, etc.

DESAFIOS

Seis Currais

Um fazendeiro se deparou com um problema matemático – agrícola. Ele havia montado cuidadosamente 13 pedaços idênticos de cerca de madeira para criar 6 currais idênticos para seus porcos. Porém, durante a noite, algum camarada anti-social trocou um dos pedaços de cerca. Então, ele agora precisa usar 12 desses pedaços para criar 6 currais idênticos. Como poderá fazê-lo? Todos os 12 pedaços de cerca devem ser usados.

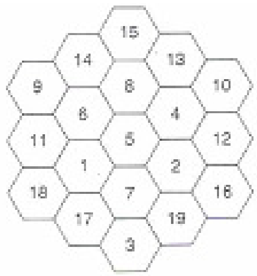


13 pedaços de cerca formando 6 currais.

SOLUÇÃO DO DESAFIO ANTERIOR

...hexágono mágico

A única solução (além de suas rotações e reflexos) é:



O único hexágono mágico não trivial

O hexágono mágico foi descoberto independentemente por várias pessoas entre 1887 e 1958. Se utilizarmos padrões semelhantes de hexágonos com n células nas bordas, em vez de 3, então o único caso em que existe um hexágono mágico (usando os números consecutivos $1,\ldots,n$) é o padrão trivial quando $n=1$: um único hexágono contendo o número 1. Charles W. Trigg explicou o porquê disso em 1964, ao provar que a constante mágica deve ser:

$$\frac{9\left(n^4-2n^3+2n^2-n\right)+2)}{2\left(2n-1\right)}$$

Que é um número inteiro somente quando $n=1$ ou 3.

“Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real”.

Nicolai Lobachevsky

DICAS DE LIVROS

1. Matemática e Música: o Pensamento Analógico na Construção de Significados.
Autor: Oscar Joao Abdounur **Editora**: Escrituras
Sinopse: Instigante estudo que pretende, a partir de relações existentes entre Matemática e Música, resgatar a importância do pensamento analógico na construção de significados. Observando práticas de ensino / aprendizagem, o livro questiona a preponderância do pensamento lógico-matemático no Ocidente e considera que emoções e sentimentos não somente constroem a racionalidade, mas também se apresentam como condição sine qua non para sua existência.

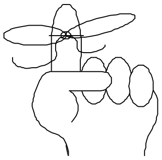
2. Equação Que Ninguém Conseguia Resolver
Autor: Mario Livio - **Editora**: Editora Record
Sinopse: Os livros sobre a história da matemática conquistaram um lugar cativo na preferência do leitor brasileiro. Este é um relato fascinante e acessível sobre simetria e sobre como dois jovens e brilhantes prodígios – Évariste Galois (1811-32) e Niels Henrik Abel (1802-29) – revolucionaram a história da matemática para decifrar uma equação que atormentou os melhores cientistas do mundo por séculos.

3. Os Problemas dos Milênio
Autor: Keith Devlin - **Editora**: Record - **Edição**: 1ª - **Ano**: 2004
Sinopse: Em maio de 2000, o Clay Mathematics Institute (CMI) - ONG norte-americana que desenvolve e dissemina conhecimentos matemáticos - ofereceu sete prêmios no valor de um milhão de dólares cada. Para receber a bolada, basta solucionar um dos problemas de matemática propostos. Mas a riqueza não vem fácil: os problemas são considerados por um comitê de matemáticos como os mais complicados e mais importantes desta área em nossos dias. O anúncio causou rebuliço e manteve a mídia interessada desde então. OS PROBLEMAS DO MILÊNIO, do matemático e escritor Keith Devlin, fornece embasamento para cada um dos problemas, descreve como surgiram, o que torna cada um deles particularmente difícil, e tenta esclarecer por que os matemáticos os consideram tão importantes. "Para a maioria dos problemas, não me proponho dar descrições detalhadas. Simplesmente não é possível fazê-lo de maneira acurada em termos leigos, aliás, nem mesmo em termos familiares para os que possuem diploma universitário em matemática", explica Keith. A competição do Prêmio do Milênio não é disputa para amadores e o livro de Keith está longe de um guia para os que querem se atracar com um dos problemas. A idéia é saciar a curiosidade dos leitores sobre o estado atual das fronteiras da área de conhecimento científico mais antiga. Depois de três mil anos de desenvolvimento intelectual, quais são os limites para nosso conhecimento matemático? Para ler OS PROBLEMAS DO MILÊNIO, é necessário ter um bom conhecimento de matemática colegial. Mas isso por si só não é o bastante. "É preciso interesse suficiente no tópico", brinca Keith. Os problemas do milênio são os mais difíceis e importantes problemas de matemática não resolvidos do mundo. Eles têm resistido a numerosas tentativas de solução, por muitos anos, efetuadas pelas melhores mentes matemáticas que estão por aí. O esforço para até mesmo explicar a um leigo sobre eles é considerável.

CURIOSIDADES

Veja a simetria:

1 x 1 = 1
11 x 11 = 121
111 x 111 = 12321
1111 x 1111 = 1234321
11111 x 11111 = 123454321
111111 x 111111 = 12345654321
1111111 x 1111111 = 1234567654321
11111111 x 11111111 = 123456787654321
111111111 x 111111111 = 12345678987654321



DIVULGAÇÃO DE EVENTOS

*** I CONGRESSO NACIONAL DE AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

Local: UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho - Faculdade de Ciências – Campus de Bauru

Data: 07 a 09 de outubro de 2010

Maiores Informações: http://www2.fc.unesp.br/conave/

*** II SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

Local: Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Data: 07 a 9 de outubro de 2010

Maiores Informações: www.pg.cefetpr.br/sinect/apresentacao.php

*** IV SEMANA DA MATEMÁTICA – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: AS NOVAS TECNOLOGIAS COMO INSTRUMENTO PEDAGÓGICO**

Local: Uniabeu

Data: 21 a 23 de outubro de 2010

Maiores Informações: http://www.uniabeu.com.br/Agenda2.aspx?c=MTg=

*** X ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA X ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

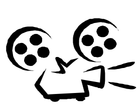
Local: UFSCar-São Carlos

Data: 22 a 24 de outubro de 2010

Maiores Informações: www.icmc.usp.br/~epem/

"Seria possível dizer o que é a Matemática se esta fosse uma ciência morta. Mas a Matemática é, pelo contrário, uma ciência viva, que se encontra hoje, mais do que nunca, em rápido desenvolvimento, proliferando cada vez mais em novos ramos, que mudam não só a sua fisionomia, como até a sua essência."

José Sebastião e Silva in Enciclopédia "FOCUS"



MATEMÁTICA E CINEMA

Filme: O Quarto de Fermat (2007)

Título Original: La Habitacion de Fermat
Áudio: Espanhol
Gênero: Mistério, Suspense
Direção: Luis Piedrahita, Rodrigo Sopeña
Roteiro: Luis Piedrahita, Rodrigo Sopeña
Produtores: José María Irisarri, Manuel Monzón
Elenco: Federico Luppi (Fermat) - David Fernández (Policeman) - Ariadna Cabrol (Girl) - Núria Badia (Recepcionist) - Luís Homar - (Hilbert) - Alejo Sauras (Galois) - Helena Carrión - (Bibliotecária) - Elena Ballesteros (Oliva) - Santi Millán (Pascal) - Mariola Ruiz (Nurse)
Sinopse: São quatro, são matemáticos e não se conhecem. Cada um deles resolveu um enigma proposto por alguém que se faz chamar Fermat, e com ele ganharam um convite: uma reunião de matemáticos com o pretexto de resolver o enigma mais importante que já existiu. Uma vez todos juntos, porém, percebem que as suas vidas dependem, unicamente, das suas capacidades em resolver problemas matemáticos. E quem é Fermat? O que tem contra eles?

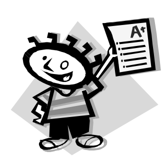
POR ONDE ANDAM OS EX-ALUNOS ...

Sou Bacharel em Matemática pela UFF e atualmente, sou aluno do Mestrado em Matemática pela mesma. Iniciando meus estudos em 2004 não sabia ao certo do meu futuro. No segundo semestre de faculdade, iniciei minha vida profissional dando aula para cursos voltados para os ensinos médio e fundamental. No quarto período de faculdade, o Prof Paulo Gusmão ligou à minha residência para me convidar a começar uma iniciação científica. Não nego que os R$ 300,00 por mês foram decisivos para eu começar o trabalho. Juntamente com o Prof Sérgio Mendonça iniciei o trabalho que só teve fim na minha formatura.

Hoje estou no segundo ano de Mestrado tendo a previsão e término em Março de 2011. Aqueles alunos que quiserem alguma dica, alguma ajuda, ou qualquer coisa que estiver ao meu alcance terei prazer em ajudar. Estou sempre na sala de mestrado no sexto andar.

Um abraço a todos.

Flavia Freitas Maia



DICAS DE VETERANOS

Pensei em cursar matemática no término do meu ensino médio. Fiz o vestibular e ingressei como aluna do

IMUFF no 2º semestre de 2006. Durante o curso fui percebendo que a matemática que eu conhecia, era bem diferente da matemática da faculdade, pois na escola a matemática era vista como uma fórmula de bolo, enquanto na faculdade, a fórmula não é nada. Ou seja,é preciso entender o conteúdo a fundo.

É notável a dificuldade de todos alunos para com a verdadeira matemática e é por isso que muitos desistem, pois ela não foi feita para todos. Na faculdade encontramos alunos brilhantes que tem o raciocínio avançado, porém são raros. Os que têm dificuldade, só consegue concluir o curso, se estudar rigorosamente com a ajuda dos professores e dos monitores.

O importante é não desanimar e estudar muito constantemente. Pois a matemática não é qualquer curso e sim é MATEMÁTICA.

Desejo a todos uma brilhante carreira de matemática.

Aline Ferreira

Dá-se muita atenção ao custo de se realizar algo.
E nenhuma ao custo de não realizá-lo.
Philip Kloter

TROCANDO EM MIUDOS ...

Comentários sobre números primos.

Prof José Roosevelt Dias (GGM)

Os números primos fascinam os estudiosos da aritmética em todos os níveis. O que nos impressiona e que desde os primeiros passos no tema, nos defrontamos com problemas em aberto.

Comecemos pela noção de primos nos inteiros.

Definição: Seja p um inteiro diferente de 0, 1 e -1. Dizemos que p é:

- *Primo*, se para todo a, $b \in \mathbb{Z}$, se p dividir o produto ab implicar em dividir um dos fatores.
- *Composto*, se p não é primo.
- *Irredutível* se a igualdade $p = ab$ implica $a = \pm p$ ou $b = \pm p$.

Por exemplo, os números 5, 17, 37 e 101 são primos. Estes são os primeiros números primos da forma $n^2 + 1$. Vejamos mais um exemplo. Seja p_n o n-ésimo primo; assim, $p_4 = 7$ e $p_6 = 13$. Faça $E_n = 2 \times 3 \times 5 \times \cdots \times p_n$. Os primeiros primos da forma $E_n + 1$ são 3, 7, 31, 211, 2311. O sexto número desta sequência e $E_6 + 1 = 30031 = = 50 \times 509$, que como vemos, não é primo. O maior número primo (conhecido) da forma $E_n + 1$ ocorre para $n = 4413$ e temos que $p_{4413} = 42.209$. Tal número tem 18241 algarismos e foi descoberto por Caldwell (ver [Ribenboim 2001], pág 2, ver arquivo Maple Aspectos de números primos).

Podemos perguntar: existem infinitos primos da forma: (i) $n^2 - 5n + 6$? (ii) $n^2 + 1$? (iii) $E_n + 1$?

No primeiro item vemos que $n^2 - 5n + 6 = = (n-2) \cdot (n-3)$ havendo então poucos casos onde tal número e primo. De fato, fazendo $n - 2 = \pm 1$, teremos $n = 3$ ou $n = 1$. Se $n = 1$, temos o primo $(-1) \cdot (-2) = 2$. O caso $n - 3 = \pm 1$ também leva ao primo 2. Conclusão: o único primo da forma do item (i) é 2. Para buscar uma fórmula polinomial que forneça infinitos primos, cuidamos primeiro que o polinômio f(x) seja irredutível. Tal é o caso do item (ii). No entanto, nenhum polinômio inteiro de uma variável fornece sempre um valor primo. E conhecido o polinômio de Euler $f(x) = x^2 + x + 41$,cujos valores para $x = 0, \ldots, 39$ são primos. No entanto, $f(40)$ é composto. É interessante o seguinte resultado, demonstrado em 1912 por Rabinovitch ([Ribenboim 2001], pág. 123): o polinômio $x^2 + x + q$ toma valores primos para $q = 0, 1, \ldots, q - 2$ se, e só se $q = 2, 3, 5, 11, 17, 41$. As perguntas dos itens (ii) e (iii) são problemas em aberto.

Usamos o resultado que garante a existência de infinitos primos. Os números primos são as menores partículas do ponto de vista da aritmética. Mas é interessante que numa extensão de $\mathbb{Z}$ como $\mathbb{Z}$[i],onde estendemos as noções de primo e de irredutível, o numero $p = 5$ deixa de ser primo, pois $5 = (1 + 2i) \cdot (1 - 2i)$. Números da forma $a + bi$, onde a e b são inteiros, são denominados *inteiros de Gauss*. Na extensão devemos levar em conta os inversíveis, que neste caso são ±1, ±i. Assim um número é irredutível se $p = ab$ implica $a = \pm 1, \pm i$ ou $b = \pm 1, \pm i$. Nos inteiros um número e primo se, e só se for irredutível. Também isto ocorre em Z[i]. Porem, na aritmética de $Z\left[\sqrt{-5}\right]$ vemos que $1 + 2\sqrt{-5}$ é irredutível, mas não é primo, pois $21 = \left(1 + 2\sqrt{-5}\right) \cdot \left(1 - 2\sqrt{-5}\right) = 3 \times 7$, de modo que $1 + 2\sqrt{-5}$ divide o produto 3x7, mas não divide 3 nem divide 7.

Existem infinitos primos em Z[i]? A resposta é afirmativa e de fato, todo racional p que deixa resto 3 quando dividido por 4 continua primo na extensão. O estudo da aritmética em extensões Q(u) onde u e inteiro algébrico (raiz de um polinômio mônico de Z[x]) e denominado teoria algébrica dos números.

Qual e o n-ésimo primo? Uma estimativa pode ser vista em Hardy pág. 10, $p_n \cong n \cdot \log(n)$. Por exemplo, para $n = 4413$ encontramos uma aproximação (ainda distante) de $p_{4413} = 42.209$, pois temos $4413 \times \log(4413) = 37.035{,}2640$. A estimativa melhora ao passo que n aumenta. Por exemplo, o n-ésimo primo para $n = 100$, $n = 54.321$ e $n = 664.999$ é, respectivamente 541, 670.177 e 10.006.721 e os valores correspondentes de $\frac{n.\log(n)}{p_n}$ são 0.850277..., 0.883711... e 0.891001...

Número de Mersenne: são números da forma $M_p = 2^p - 1$. Se for primo, e denominado *primo de Mersenne*. Por exemplo, $M_2 = 2^2 - 1 = 3$ é primo de Mersenne. Outros exemplos são $M_3 = 2^3 - 1 = 7$, $M_5 = 31$, etc. Mas nem todo número deste tipo é primo, pois vemos que $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2.047 = 23 \times 89$ é composto. Há primos de Mersenne enormes como e o caso de $M_{216.091} = 2^{216.091} - 1$ que tem 65.050 dígitos. A descoberta, em 1985 por D. Slowinski, de que este número é primo foi comemorada em 1986 com um selo nos Estados Unidos. Outros recordes foram batidos pelo mesmo autor como abaixo:

$M_{859.433} = 2^{859.433} - 1$ é primo; D. Slowinski / P. Gage

$M_{1.257.787} = 2^{1.257.787} - 1$; D. Slowinski / P. Gage

As expressões M_p de Mersenne e a de Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ são frutos de pesquisa intensa ainda hoje. No primeiro caso, busca-se pelo menos um novo recorde; no segundo busca-se saber se existe mais um primo. De fato, os únicos primos de Fermat conhecidos são 3, 5, 17, 257 e 65 537; para $n = 5$ ou maior tem-se obtido até agora números somente compostos.

É natural a busca de divisores especiais de tais expressões. Por exemplo: se p e primo da forma $4k + 3$ e se $q = 2p + 1$ também é primo, então q divide M_p. Como os números $131 = 4 \times 32 + 3$ e $263 = 2 \times 131 + 1$ são primos, 263 divide E_{131} (que tem 40 dígitos!).

O produto de Euler:

A conexão entre Teoria dos Números e Análise tem suas origens em Euler ([Scharlau] pág. 14). Euler fez uso de uma série para provar a existência de infinitos primos.

Comecemos pela igualdade $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{p^k} = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}}$, onde a intenção é usar p como número primo positivo. Se q é outro número primo, teremos:

$$\left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1}\left(1 - \frac{1}{q}\right)^{-1} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{p^k} \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{q^k} =$$

$$= 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{pq} + \frac{1}{q^2} + \ldots$$

Vemos então que $\prod_{p_1}\left(1 - \frac{1}{p_1}\right)^{-1} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$, onde o primeiro membro percorre todos os primos. Se existisse um numero finito de primos, a série da direita seria convergente, o que é um absurdo, pois ela é a série harmônica, que diverge. Em 1736 Euler demonstrou um importante teorema, de grande repercussão, envolvendo os números de Bernoulli. A função $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ tem uma série de potências convergente para $|x| < 1$, onde se coloca: $f(x) = B_0 \frac{B_1}{1!} x + \frac{B_2}{2!} x^2 + \frac{B_3}{3!} x^3 + \ldots$; os coeficientes são denominados números de Bernoulli. O teorema a que nos referimos afirma que $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{2k}} = \frac{2^{2k-1} \pi^{2k} |B_{2k}|}{(2k)!}$. Desta forma, para $k = 1$ obtemos, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, mostrando que a sequência dos primos é mais densa que a dos quadrados. Como ocorre frequentemente em matemática, reencontramos os números de Bernoulli noutro grande trabalho matemático. O teorema monumental de Kummer relativo ao último teorema de Fermat (para $n \geq 3$, não existe solução em inteiros para a equação $x^n + y^n = z^n$) prova que o teorema é verdadeiro para números primos regulares. Um primo é regular se não divide o numerador de nenhum numero de Bernoulli. Por exemplo, 5 e 691 são primos regulares, pois $B_{10} = \frac{5}{66}$ e $B_{12} = -\frac{691}{2.730}$ (ver [Stewart] pág. 207).

Kummer mostrou em 1851 que os únicos primos irregulares ate 100 são 37, 59 e 67, mas até hoje não se sabe se existem infinitos primos regulares. Para N grande, a razão (número de primos irregulares até N)/(número de primos regulares até N) é aproximadamente 0,39. No entanto, existem infinitos primos irregulares (provado por Jensen em 1915; ver [Ribenboim 1979], pág. 106).

Quantos primos existem até n? Como é a distribuição da série de primos?

As primeiras indicações sobre a distribuição de primos foram dadas por Gauss e Legendre.

O seguinte teorema é denominado teorema do numero primo:

Indicando por $\pi(n)$ o numero de primos até n, teremos que $\pi(n)$ se aproxima do valor $\frac{n}{\log(n)}$. O primeiro matemático a estimar esta razão foi Chebychev. Ele mostrou que $0{,}92 < \frac{\pi(n)}{\frac{n}{\log(n)}} < 1{,}11$ para n suficientemente grande. A demonstração do teorema foi realizada independentemente por Hadamard e pouco tempo depois Riemann propôs abordar o problema usando uma função analítica no domínio complexo, baseada na expressão usada por Euler. Esta função, hoje conhecida como *Função Zeta de Riemann*, um dos pilares da teoria analítica dos números é definida para $\mathrm{Re}(s) > 1$ por $\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots$ (ver [Diamond] pág. 554).

O décimo problema de Hilbert se refere à possibilidade de existir algoritmo para um conjunto diofântico (conjuntos das soluções inteiras, de uma equação $f(x, \ldots, y) = 0$ em várias variáveis onde f é um polinômio sobre os inteiros). Foi provado, com o uso da teoria desenvolvida por Putnam, Davis e outros, que o conjunto dos primos é diofântico. Após várias tentativas anteriores, Jones, Sato, Wada e Wiens (1976) escreveram explicitamente um polinômio (de grau 25 e com 26 variáveis), tal que o conjunto dos números primos coincide com os valores positivos assumidos por este polinômio ([Ribenboim 2001], pág. 129). Antes destes resultados, um dos mais fantásticos foi obtido por Dirichlet, ao mostrar que se o primeiro termo e a razão de uma progressão aritmética são primos entre si, a progressão fornece infinitos primos. Por exemplo, existem infinitos primos da forma $6k+1$, $pk+q$ onde p e q são primos distintos, etc.

Outro problema em aberto é saber se existem infinitos primos gêmeos (primos como 11 e 13, cuja diferença é 2). Em 1920, V. Brum mostrou por métodos elementares que a soma dos recíprocos dos primos gêmeos converge. Após a demonstração do teorema dos números primos por Selberg usando métodos elementares, há uma busca nesta direção para outros resultados e muito que se descobrir no tema dos primos.

[Ribenboim 1979]- Ribenboim, Paulo, 13 Lectures on Fermat’s Last Theorem, Springer-Verlag,1979.

[Stewart]- Stewart, Ian, Algebraic Number Theory, Chapman and Hall 1979.

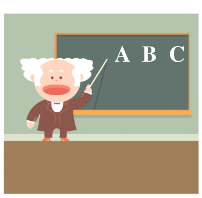
[Ribenboim 2001] - Ribenboim, Paulo, Números Primos: mistérios e recordes, Coleção Matemática Universitária IMPA 2001.

[Scharlau] – Scharlau, W. Opolka, H., From Fermat to Minkowski, Springer-Verlag 1985.

[Diamond] – Diamond, Harold, elementary methods in the study of the distribution of prime numbers, Bulletim AMS, Vol 7, Number 3 November 1982.

"Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta".

Gauss - Carl Friedrich



DÁ LICENÇA PARA O "BOM" PORTUGUÊS

Prof Paulo Trales (GAN)

Opúsculo sobre o “idioma” da Álgebra

O real conhecimento da Matemática consiste em saber utilizar os recursos da “Rainha das Ciências” de forma a que se encontre o caminho mais curto e seguro para se resolver uma questão. Há problemas em que é preferível utilizar a Aritmética em vez da Álgebra e, em outros, o contrário.

Podemos dizer que o “idioma” da Álgebra utiliza as equações para compor e para tornar suas sentenças inteligíveis! Para resolver um problema referente a números, ou a relações abstratas entre quantidades devemos “traduzi-lo”, corretamente, da língua em que ele estiver escrito para o “idioma algébrico” – que é universal – embora essa tarefa possa não ser, em alguns casos, trivial. Histórias e historinhas podem ser um bom aperitivo para começar a exercitar essa prática fundamental da matemática. Para ratificar as afirmações citadas servimo-nos da seguinte questão – que parece ser muito fácil – mas, como sabemos, às vezes as aparências enganam.

Um cavalo e um burro caminhavam juntos, levando nos seus respectivos lombos sacos de igual tamanho e peso. Lamentava-se o cavalo do seu duro trabalho de carga, quando o burro lhe disse de forma enfática:

De que você reclama? Se – além dos sacos que carrego – eu levasse um dos seus sacos, a minha carga seria o dobro da sua e, se eu desse um dos sacos que carrego para você, a sua carga seria igual à minha!

Utilizando com rigor e correção, a língua materna e o “idioma” da álgebra responda à seguinte pergunta: quantos sacos cada um dos animais estava carregando?

<u>Tente responder sem utilizar somente tentativa e erro</u>! No próximo número do nosso jornal apresentaremos a solução desse problema.

MATEMÁTICA E HUMOR

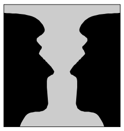
Teorema: Um gato tem nove rabos.

Prova: Nenhum gato tem oito rabos. Como um gato tem um rabo a mais do que nenhum gato, então, um gato tem nove rabos.

DICAS DE PROGRAMAS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

GeoGebra – Programa interessante para trabalhar com geometria analítica plana e construções geométricas.

Maxima – Programa simples para trabalhar com cálculo e visualizar superfícies em duas e três dimensões. É de simples utilização, sem precisar memorizar comandos, bastando escrever a função e usar suas ferramentas que estão dispostas em diversos botões. É também muito útil para álgebra linear e outras aplicações matemáticas e estatísticas.



FALANDO SÉRIO

Quem nos brinda com sua entrevista é a nossa querida amiga Profª Renata Freitas do GAN.

***Dá Licença**: Renata, em que momento a matemática despertou sua atenção?*

Renata Freitas (RF): Sempre respondi à pergunta "de que matéria você gosta mais?" com um entusiasmado "Matemática!", desde as primeiras séries do antigo primário, quando começamos a distinguir as disciplinas. E àquela outra pergunta: "o que você vai ser quando crescer?", respondi com "Professora de Matemática" até descobrir, deslumbrada, que também existia a profissão de Matemático, ou seja, que seria possível trabalhar com Matemática sem ser, necessariamente, professor. Quando fiz esta descoberta, pensei: "Nossa! É possível ganhar dinheiro para fazer uma coisa tão divertida quanto estudar Matemática".Sei o que o leitor deve estar pensando. É isso mesmo. Naquela época o adjetivo era "CDF" (uma sigla para uma expressão impublicável, os jovens curiosos vão ter que dar uma googleada para descobrir).

***Dá Licença**: Quando aluno você já tinha planos de seguir a carreira acadêmica?*

RF: Como eu estava contando, trabalhar com Matemática é como realizar um sonho de infância. Como é difícil ser um matemático fora do meio acadêmico, sempre me imaginei trabalhando na universidade. Ainda mais porque sempre gostei de ensinar Matemática também, desde os tempos do colégio, quando me reunia com os colegas para estudar, exercendo informalmente o papel de um monitor.

***Dá Licença**: Fale sobre o seu Mestrado, sobre seu Doutorado e sobre as experiências extraídas de tais percursos.*

RF: No segundo período da graduação em Matemática, aqui na UFF, cursei a primeira disciplina de Lógica Matemática, que era obrigatória, e adorei. Seguindo a sugestão da professora daquela turma, Rosa Baldi, procurei o ILTC - Instituto de Lógica, Filosofia e Teoria do Conhecimento (o F de Filosofia não aparece na sigla). No ILTC trabalhei como bolsista de iniciação científica e, ao terminar a graduação, como bolsista de aperfeiçoamento,sob a orientação da Profª Doris Aragon. O mestrado e o doutorado em Lógica foram a continuação natural da minha formação. Aqui no Rio (ainda) não temos um programa de pós-graduação em Matemática com uma linha de pesquisa em Lógica. Assim, os matemáticos interessados em Lógica fazem pós-graduação em programas da Filosofia ou da Ciência da Computação. Eu fiz o mestrado e o doutorado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Computação da COPPE/UFRJ.

***Dá Licença**: Fale um pouco sobre a sua experiência enquanto docente do GAN/UFF e da sua relação com a COPPE/UFRJ.*

RF: Desde a graduação faço parte, ainda que informalmente, do grupo de lógica do GAN/UFF, trabalhando principalmente como Prof Petrucio e participando de todas as séries de seminários do grupo durante todos esses anos. Assim, quando fiz o concurso e fui efetivada, há quatro anos, nem ao menos me senti retornando ao IMUFF, dado que nunca saí daqui. Como professora do GAN, meu trabalho se divide entre as aulas, a orientação aos bolsistas e a pesquisa. Tenho atuado com mais frequência nas disciplinas que o departamento oferece para o curso de Ciência da Computação, que são as disciplinas da minha área (Lógica). No entanto, apesar da disciplina de Lógica Matemática não ser mais obrigatória para o curso de Matemática, o grupo de Lógica tem tido alunos da Matemática entre seus orientandos. Na verdade, com raríssimas exceções, a optativa de Lógica Matemática tem sido oferecida em todos os semestres, sempre com um grande número de alunos. Desenvolvemos nossa pesquisa em três linhas, que se interconectam: lógica modal, álgebra relacional e raciocínio com diagramas. Participo também do Grupo de Métodos Formais da COPPE/UFRJ, atuando nestas mesmas linhas de pesquisa.

***Dá Licença**: Em termos de lazer, quais são as suas preferências?*

RF: Eu gosto de ir ao cinema e de fazer crochê. Sou nerd mesmo, né? Ainda conto tudo isso em uma entrevista para um jornal. Minhas filhas diriam: "que mico, mãe!".