Maio/ 07 **Ano XI - Nº 36**

Universidade Federal Fluminense

Jornal DÁ LICENÇA

EDITORIAL

Matemática como Ciência e como Linguagem

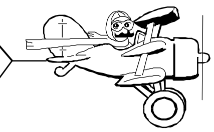
http://www.dmat.ufpe.br/matematica/matematica.htm

A Matemática tem características especiais, entre as ciências. Considerada por muitos como disciplina autônoma, por outros como linguagem universal para o conhecimento científico, o fato é que cresce o impacto de seus métodos gerais e precisos na formulação e obtenção de resultados em quase todas as ciências e na tecnologia, em geral. Tradicionalmente, a matemática tem servido como ferramenta que permite chegar rapidamente a resultados científicos, de outra forma, difíceis e obscuros; mais recente e mais profunda a sua capacidade de fornecer diretamente uma visão interna da própria natureza do fenômeno. Não por acaso os filósofos e matemáticos sempre andaram muito próximos, afinal,ao longo dos séculos, a matemática tem sido e continua sendo um instrumento científico indispensável para a expansão do conhecimento do homem e suas atividades. E, se antes a matemática se aplicava mais freqüentemente à física e a engenharia, hoje suas possibilidades se estenderam irreversivelmente a áreas como economia, administração,biologia, química, medicina e as ciências do meio ambiente. Esse fato se deve em grande parte ao amadurecimento científico da matemática, ao advento dos computadores, que possibilitaram o desenvolvimento e a aplicação de eficientes métodos de análise e resolução Matemática.

Este Número ...

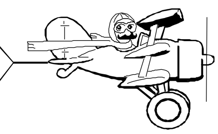
... conta com dicas de sites, livros, filmes, humor, artes, etc, que envolvem matemática. Na seção *Falando Sério* quem nos concedeu uma entrevista foi o Prof Nilson Bernardes (GAN). Em *Trocando em Miúdos* quem nos brinda é o Prof. Roosevelt (GGM). Em *Dá Licença para o "bom" Português,* contamos com a colaboração do Prof Paulo Trales (GAN) apresenta lembretes para o "correto" uso da linguagem em contextos relacionados com a matemática. Em *Dicas de Veteranos*, contamos com a contribuição da aluna Cecilia. Em *Por onde andam os Ex-alunos*, quem nos conta o que anda fazendo é o Prof Marcelo Torraca. O Desafio proposto no número anterior foi solucionado corretamente pelo aluno José Paz Pereira Junior. Não deixe de tentar resolver o desafio proposto pelo Prof José Roosevelt. Boa leitura!

NOTÍCIAS DA DIREÇÃO



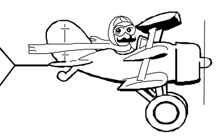
O corpo editorial do presente jornal gostaria de deixar aqui registrado os mais sinceros agradecimentos aos professores Paulo Trales (GAN) e Jorge Delgado (GMA) pelo inestimável apoio concedido ao Jornal *Dá Licença* ao longo do período em que exerceram a direção do IM-UFF. Aproveitando a oportunidade, parabenizamos os professores Mario Olivero e Regina Moret pela recente eleição, desejando-lhes pleno sucesso

NOTÍCIAS DO PROGRAMA DÁ LICENÇA



Olá pessoal... Desejamos a todos um bom retorno e para aqueles que estão chegando na nossa comunidade um forte e caloroso abraço. Formamos uma grande família. Neste início do período letivo, temos uma novidade: o Programa *Dá Licença* está na grande rede: a Internet. Consultem nosso site www.uff.br/dalicenca e enviem sugestões para que possamos melhorar a divulgação, nossa interação e o espaço virtual do nosso *Dá Licença*! Com a Internet, estamos muito mais ligados em vocês. Participem de nossas atividades. Dêem sempre uma conferida no nosso mural.

NOTÍCIAS DO D.A.



Caros Alunos,

Queremos comunicar aos colegas uma importante mudança. A sala do Diretório Acadêmico da Matemática funcionava na sala 101, mas diante do crescimento de nossa Universidade nos últimos anos, estimulado, entre outras razões,pelas necessidades de atender e qualificar em diversas áreas do conhecimento, foi criado o curso de Graduação em Estatística que funcionará no Instituto de Matemática. Este Curso terá sua coordenação na sala 101 que até então abrigava o nosso Diretório Acadêmico.

Com exclusivo intuito de propiciar a melhor alocação desta nova Coordenação de curso e melhores condições estruturais ao nosso prédio, obtivemos junto ao Colegiado de nossa Unidade, o Instituto de Matemática, uma sala de tamanho equivalente situada ao lado da sala 100, local onde funcionará o Diretório Acadêmico.

Esta mudança foi nossa colaboração com esta Universidade e com o nosso espaço físico, já que todo o local onde esta nossa nova sala foi limpo e reformado, o que contribuiu com fim de antigos problemas, tais como os de inundações do subsolo por conta de chuvas, presença de animais parasitas, melhores iluminação e circulação e conseqüentemente mais segurança.

Diretório Acadêmico da Matemática

DICAS DA REDE

1. O Projeto **NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO** em: **http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/obj.html** é um site elaborado por um grupo de professores do Departamento de Métodos Matemáticos do Instituto de Matemática da **UFRJ** que desenvolve metodologias, técnicas e ferramentas para o uso das tecnologias de informação no ensino da matemática e tem como objetivos: (i) pesquisar novas técnicas,métodos e ferramentas para o uso de recursos computacionais e tecnologias de informação na educação; (ii) produzir textos e hipertextos apropriados para uso em cursos à distância; (iii)usar os recursos computacionais para explorar e integrar aspectos gráficos, geométricos,numéricos e analíticos; (iv) valorizar o pensamento matemático e não simplesmente desenvolver habilidades mecânicas; (v) desenvolver no aluno a criatividade por meio da modelagem matemática de situações reais, sob um ponto de vista construtivista; Relacionar e integrar as áreas do conhecimento matemático e as várias áreas do conhecimento. Coordenadores: Profª Angela Rocha dos Santos e Prof Waldecir Bianchini.

2. Em **http://www.matematicas.net/** você encontrará *"El Paraíso de lãs Matemáticas".*

DICAS DE LIVROS

1. O Desastre no Ensino de Matemática – Recuperar o Tempo Perdido

GRADIVA Publicações. Autor: Nuno Crato e outros – Ano de Edição: 2006 ISBN: 989-616-143-7

O ensino da matemática não vai bem. Ano após ano a situação tem-se agravado, com o beneplácito insano de muitos responsáveis políticos e a cegueira ideológica de muitos teóricos da educação. Tal como uma bomba, a irresponsabilidade está prestes a estourar sobre os nossos jovens e o nosso futuro. E talvez a realidade seja ainda mais grave do que se imagina. Neste livro, especialistas de formações diversas analisam a situação presente e apontam soluções. Os problemas de ensino são abordados do ponto de vista das ciências cognitivas, da pedagogia, da filosofia, das comparações internacionais e das práticas de ensino. Ao invés de reforçar o discurso comum sobre educação, trazem-se aqui perspectivas diferentes e apresentam-se propostas que podem contribuir para a mudança de um sistema que reconhecemos como deficitário.

Com textos de: Alexandre Castro Caldas, neurologista – Universidade Católica Portuguesa, Anthony O'Hear, filósofo – Universidade de Buckingham, Carlos Fiolhais, físico – Universidade de Coimbra, David Justino, sociólogo – Universidade Nova de Lisboa, João Filipe Queiró, matemático – Universidade de Coimbra, Jorge Buescu, matemático – Instituto Superior Técnico, Jorge Nuno Silva, matemático – Universidade de Lisboa, José Manuel Canavarro, psicólogo – Universidade de Coimbra, José Morais, psicólogo – Universidade Livre de Bruxelas, Luísa Araújo, pedagoga – Instituto Superior de Educação e Ciências, Luísa Ferreira, economista – Banco Europeu de Investimentos, Nuno Crato, matemático – Instituto Superior de Economia e Gestão, Pedro de Lima, economista – Banco Europeu de Investimentos, Suzana Nápoles, matemática – Universidade de Lisboa.

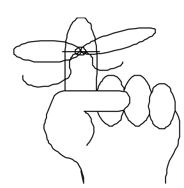
2. O Prazer da Descoberta

Autor: Richard P. Feynman. Ciência Aberta. Ano de Edição: 2006. ISBN: 989-616-127-5.

Richard Feynman foi indubitavelmente um dos maiores físicos do século XX. O Prazer da Descoberta é uma coletânea soberba dos melhores textos breves deste cientista – desde entrevistas a discursos, conferências e artigos publicados.

Das reflexões sobre o lugar da ciência na nossa cultura às descrições das propriedades fantásticas da física quântica ou ao discurso de aceitação do Prêmio Nobel, este livro vai fascinar qualquer pessoa interessada em Feynman e no mundo das idéias. Quase todos os textos agora publicados são, pela primeira vez, tornados acessíveis ao grande público.

Feynman dá-nos aqui a conhecer, por suas próprias palavras, os pontos altos da carreira: do trabalho apaixonante na bomba atômica (quando, juntamente com outros cientistas, correu contra o tempo,tentando construir o engenho antes dos alemães) à solução do enigma do desastre do Challenger. É bem verdade que Feynman ajudou a dar ao mundo a forma que lhe conhecemos.



DIVULGAÇÃO DE EVENTOS

- **XII Encontro Baiano de Educação Matemática**
  Senhor do Bonfim (BA), 1 a 4 de julho de 2007 - Informações: a ser divulgado

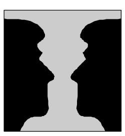
- **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**
  Belo Horizonte, 18 a 21 de julho de 2007
  Informações: http://www.ixenem.com.br

- **V Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**
  Ouro Preto, novembro de 2007
  Informações: a ser divulgado.

EVENTOS DÁ LICENÇA

Coordenadora: Prof[a] Solimá Pimentel (GAN)

No dia 13 de março, tivemos a presença da Profª Estela Kaufman Fainguelernt, que ministrou a aula inaugural do curso de Especialização para professores do Ensino Fundamental e Médio. O título da palestra foi: *Teoria das Representações no Ensino de Matemática*. Ao longo de 2007 o *Dá Licença* realizará em parceria com o Projeto Educação Matemática: *Indo Além dos Livros* e a Coordenação do Curso de Matemática da UFF variadas atividades, palestras e seminários. Fiquem de olho no mural *Dá Licença* no hall do IM-UFF.



FALANDO SÉRIO

Quem nos brinda com sua entrevista é o Prof Nilson Bernardes.

***Dá Licença**: Nilson, em que momento a matemática despertou a sua atenção?*

Nilson: Não houve um momento exato. Matemática sempre foi uma das minhas matérias favoritas. Todavia, não pretendia me tornar um matemático. Durante minha infância e adolescência eu pensava em ser médico. Foi apenas a partir do início do terceiro ano do segundo grau, com a "grande explosão" da área de informática, que passei a ter dúvidas sobre a minha carreira futura. Falava-se que a informática era a área do futuro, com mercado de trabalho muito promissor e perspectiva de bom salário. Em cima da hora de me inscrever para o vestibular acabei optando pela informática, pelas razões acima e também por ser um curso mais rápido (4 anos) e em meio turno. É claro que às vezes surge em minha mente a pergunta óbvia: o que teria sido de minha vida se tivesse optado pela medicina? Certas decisões em nossa vida são realmente cruciais...

***Dá Licença**: Como foi sua graduação? Boas lembranças?*

Nilson: Entrei na UFRJ no primeiro semestre de 1987 para cursar o Bacharelado em Informática. Durante o primeiro período achei bastante interessante aprender a mexer no computador e a programar em Pascal, mas fiquei realmente impressionado com a disciplina "Cálculo I" (belíssima!). Durante o segundo período fui monitor no laboratório de computadores do Departamento de Matemática Aplicada. Do terceiro ao quinto período participei em parceria com o meu amigo Wilton Arruda (atualmente professor do IM-UFRJ) de um projeto de iniciação científica sob a orientação do Prof Rolci Cipolatti. O projeto era sobre a equação do plasma e envolvia as áreas de Análise Funcional, EDP, Análise Numérica e Computação. Foi um projeto bastante ambicioso e que nos deu muito trabalho, mas nossos esforços foram recompensados com a primeira colocação do Prêmio Beatriz Neves, que nos foi concedido pela Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional em 1989. Este projeto reforçou o meu direcionamento para a matemática. Na verdade, a influência do Rolci em minha carreira foi fundamental. No quarto período, motivado pelo trabalho na iniciação científica (então em andamento), decidi me inscrever como aluno avulso no curso de "Análise no $\Re^n$" do mestrado em matemática. O professor desse curso foi o Dinamérico, que eu ainda não conhecia, mas que acabou influenciando profundamente a minha carreira. Também durante o quarto período estudei, por conta própria, o livro do Bourbaki de Teoria dos Conjuntos. Apesar de ser um livro extremamente abstrato e até um tanto sofisticado, gostei muito de estudá-lo. Isto teve um impacto importante em minha carreira, pois deixou claro para mim a minha tendência natural para a matemática pura. Motivado pelo meu ótimo desempenho no curso de análise, comecei a cursar o Mestrado em Matemática Aplicada a partir do quinto período. Eu estava tão motivado nesta época que, apesar de tanto trabalho com graduação, mestrado e iniciação científica, ainda encontrei tempo para estudar diversos livros por conta própria. Conclui o Bacharelado em Informática e o Mestrado em Matemática Aplicada (sob a orientação do Dinamérico) no ano de 1991.

***Dá Licença**: Fale um pouco sobre a sua vinda para a UFF, sobre o seu convívio coma comunidade do IM-UFF, suas atividades, etc.*

Nilson: Durante o segundo semestre de 1991 atuei como professor substituto do Departamento de Matemática Aplicada da UFRJ lecionando "Cálculo I" para a arquitetura. Durante este mesmo semestre abriram diversos concursos para o Instituto de Matemática da UFF. Optei pelo concurso para professor assistente na área de álgebra,por ter um bom número de vagas e por achar que não existiam muitos algebristas disponíveis no mercado. Eu nunca tinha feito uma disciplina de álgebra (com exceção de álgebra linear), embora já tivesse estudado alguma coisa por conta própria. De qualquer forma tive que trabalhar muito duro para aprender rapidamente muitos tópicos que eu nunca tinha estudado (módulos noetherianos, teoria de Galois, etc.). Meus esforços foram recompensados já que consegui ser aprovado no concurso, sendo nomeado para a UFF em março de 1992. Eu me senti bem acolhido pelo Departamento de Análise da UFF e rapidamente me adaptei ao ambiente. Sempre procurei dar boas aulas, desenvolver trabalho de pesquisa, orientar alunos e participar das atividades do instituto em geral. Considero ter ótimo relacionamento com meus colegas de trabalho e com os alunos.

***Dá Licença**: Fale sobre o seu doutorado e sobre a sua experiência no exterior.*

Nilson: Depois de ser admitido na UFF esperei um período de dois anos e meio para ir fazer o meu doutorado, em parte para cumprir o estágio probatório. No final de agosto de 1994 fui para a Kent State University (Ohio – U.S.A.) fazer meu doutorado em matemática pura. Minha intenção era me especializar na área de Análise Funcional, já que lá havia um grupo notável de pesquisadores nesta área. Foi um período de muitas novidades em minha vida. Eu me lembro que durante os primeiros meses em Kent o tempo parecia passar extremamente devagar. O ambiente acadêmico lá era (e certamente continua sendo) excelente: ótima infra-estrutura, ótimo corpo docente,ótimos cursos, grande volume de seminários semanais em diversas áreas, presença constante de professores visitantes, etc. A partir do segundo ano fui orientado pelo PerEnflo. Apesar de ser um matemático muito renomado (por ter resolvido problemas famosos como o problema da base, o problema da aproximação e o problema do subespaço invariante para espaços de Banach), ele é uma pessoa muito acessível. Foi uma experiência e tanto ter sido orientado por ele. Sob sua influência, acabei não mel imitando a Análise Funcional e também desenvolvi trabalhos em algumas outras áreas. Foi um período muito produtivo. Defendi minha tese em janeiro de 1998 e retornei ao Brasil no final do mês seguinte.

***Dá Licença**: Em termos de lazer, quais são as suas preferências?*

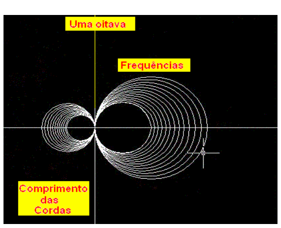
Nilson: Gosto muito de atividades ao ar livre, como andar, correr e ir a parques. Brincar e passear com a minha filha é essencial. Também gosto muito de música (do clássico ao forró) e de cinema (exceto terror). Além disso, por ser bastante caseiro, também curto muito ficar no aconchego do meu lar.

***Dá Licença**: Gostaria de deixar alguma mensagem para os alunos e para seus colegas?*

Nilson: Aos meus colegas de trabalho deixo um abraço caloroso e meus sinceros agradecimentos por todos estes anos de ótima convivência profissional. Aos alunos desejo muito sucesso em suas carreiras. Trabalhe duro, com dedicação e persistência,que vocês serão vitoriosos e atingirão os seus objetivos. E nunca desistam de seus sonhos, pois viver é lutar diariamente pela realização de nossos sonhos.

O segredo de progredir é começar. O segredo de começar é dividir as tarefas árduas e complicadas em tarefas pequenas e fáceis de executar, e depois começar pela primeira.

Mark Twain



MATEMÁTICA E MÚSICA

Vale a pena conferir no endereço: http://www.tvebrasil.com.br/salto/cronograma2003/ame/amet xt5.htm o artigo intitulado " A relação harmoniosa entre os sons e números" de autoria do engenheiro formado pela UFRJ Miguel Ratton.

Miguel Ratton estudou plano e teoria musical na Escola Villa-Lobos (RJ), Especializou-se em tecnologia musical e, desde 1985, atua profissionalmente como consultor, tendo lecionado cursos na UNI-Rio e em outras escolas de música. é autor de vários livros e publicações especializadas, e colabora regularmente com artigos para a revista Música Tecnologia.

VERSÃO DA MÚSICA "CONSTRUÇÃO" (original: Chico Buarque)

Prof Jorge Bria (GGM)

Histórico: Trata-se da versão que fiz, no inicio da década de 70, à minha época de estudante no IM-UFF quando já veterano,encomendada pelo Diretório Acadêmico do Curso de Matemática para recepcionar calouros.

Tirou na prova dez como se fosse o máximo
A Faculdade ainda era um fato inédito
Pagara a inscrição como se fosse dívida
E o dinheiro assim é um conjunto tétrico
E no primeiro dia o seu olhar dinâmico
Admirou as bases do sistema estático
Seguiu o pessoal como se fosse féretro
Entrou na sala imerso num orgulho íntimo
E toda a aula ouviu como se fosse prático
E disse que entendeu como se fosse lógico
E o que entendeu falou como se houvesse mérito
Então se imaginou doutor em matemáticas
Mas de repente se lembrou do povo em lágrimas
E seu olhar voou como se fosse pássaro
E viu que o dez da prova era menor que o mínimo
Laiaraiaraiaraiaraiaraiaraiá...
Ouvindo a voz de alguns arrebentou o tímpano

A disciplina é a parte mais importante do êxito

Truman Capote

MATEMÁTICA E HUMOR

Redefinindo... e se a matemática fosse assim

1 – *Formalismo Matemático*: o conjunto de normas adotadas pelos entes matemáticos de maior educação. Exemplos: respeitar os mais velhos, não usar palavras de baixo nível.

2 – *Derivadas Parciais*: Não conseguem analisar friamente uma questão, acham que seus amigos só têm qualidades e seus inimigos só tem defeitos e que seus times só perdem porque o juiz foi comprado.

POR ONDE ANDAM OS EX-ALUNOS ...

Quem nos conta o que anda fazendo ao longo dos anos é o Prof Marcelo Torraca.

Ingressei na UFF no 2º semestre de 1989, tinha cabelo grande fiquei conhecido como Paquita (alguns professores ainda lembram desse apelido). No primeiro período quase tudo era novidade.

Em três anos consecutivos fiz parte do Diretório Acadêmico da Matemática (DACM),juntamente com Getulio Zarate, Lauro, ... onde conseguimos organizar nossa biblioteca (acervo com 200 obras com varias obras raras), essa mesma furtada quando o diretório foi para o primeiro andar. Como participante do DACM organizávamos umas das melhores festas da UFF.

Terminei a graduação somente em 1997, e como vários formandos fui ganhar dinheiro. Trabalhei muito em 1998, 1999 e 2000. Em média nesses anos lecionava 42 tempos semanais. No ano de 1999 fiz a Especialização para Professores de Matemática na UFRJ, onde terminei em 2001,no ano seguinte entrei para fazer o mestrado em Otimização, mas por força do destino acabei mudando para Informática na Educação, e em março de 2005 defendi minha dissertação, sobre: "Um Estudo sobre Álgebra em Sistemas Computacionais Formativos", orientado pelo Prof Cabral Lima.

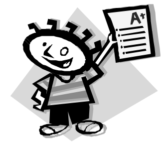
Participo como professor multiplicador do projeto fundão desde 1998. Neste ano o nosso tema estudado é Matemática Financeira (trabalho apresentado na UFF no último encontro) juntamente com a professora Lílian Nasser.

Trabalhei na UERJ-FFP (Faculdade de Formação de Professores) como professor substituto, no pré-vestibular social do CEDERJ, em sete anos consecutivos em cursinhos pré-vestibulares e atualmente leciono na FEUC para a turma de especialização (obrigado Jorge Bria).

Em julho de 2006 ingressei em uma nova especialização, em Gestão Pública na UCAM.

Ainda não ingressei no doutorado, pois novamente estou atrás dos ganhos salariais proveniente dessa nova titulação, mas tenho uma aspiração que amadureça as idéias e em 2008 eu posso ingressar.

Marcelo Torraca (Paquita)



DICAS DE VETERANOS

Quem nos brinda com suas sugestões é a aluna Cecília.

Terminar o curso de Matemática na UFF definitivamente não é tarefa muito fácil. Só eu sei por quantas barreiras tive que passar nesse tempo que estive aqui, mas só eu sei também o gostinho saboroso de cada uma das pequenas vitórias que conquistei.

Fiz o meu bacharelado em 5 anos, no início foi complicado, não entrei tão bem preparada quanto pensava estar, acho que faltava disciplina e uma jornada de estudo que eu realmente não estava acostumada. Confesso ter ficado extremamente desestimulada com o início e as dificuldades, porém o tempo foi passando, trazendo amigos e colocando as pessoas certas no meu caminho.

Um dos grandes marcos pra mim e imagino que pra todos que passam por aqui foi a primeira aula de Análise. A gente ouve falar de Análise desde o momento que entra na faculdade, e fica esperando e fantasiando, eu acho que ele funciona como uma espécie de ritual de passagem. Eu me senti diferente após o curso de Análise, como se ali tivesse tido a certeza de que eu era capaz e de que era isso mesmo que eu queria. Não posso esquecer nesse momento de destacar uma das pessoas que embora de repente não saiba, foi uma das "responsáveis" por fazer com que essa "passagem" se desse da melhor forma possível, minha professora de Análise I e II, Ana Isabel, por quem eu tenho um carinho enorme até hoje.

A monitoria é uma excelente forma de se integrar mais com o curso. Amadureci bastante academicamente durante o período em que fui monitora de Álgebra Linear II, quando tive oportunidade de conviver e trabalhar durante um ano com a Profª Marisa, que não está mais na UFF, mas de quem vou sempre lembrar com muito carinho. A atividade de monitoria nos proporciona conhecer pessoas, promove uma aproximação com os professores e até uma boa dose de auto-estima.

De repente as pedras no meu caminho já não eram tão grandes assim e quando eu menos esperava, estava envolvida com assuntos de formatura, a poucos passos de concluir um sonho que tinha desde pequena que era de me formar em Matemática.

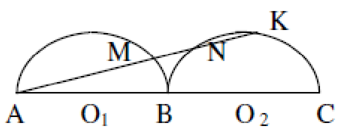
Eu concluí o bacharelado no inicio de 2003, após ficar dois anos afastada devido ao mestrado, retornei para concluir a licenciatura, e hoje, final de 2006 estou mais uma vez me despedindo da UFF e tendo cada vez mais certeza da minha escolha. Vamos ver por quanto tempo eu consigo ficar longe dessa vez.

A maior dica é estudar, com muita disciplina e dedicação a jornada fica mais leve e agradável, e não esquecer que por maior que seja o esforço, vamos sempre lembrar desses anos como os melhores das nossas vidas.

A verdadeira medida de um homem não se vê na forma como se comporta em momentos de conforto e conveniência, mas em como se mantém em tempos de controvérsia desafio.
Martin Luther King Jr.

D E S A F I O S

Os semicírculos da figura são tangentes em B, os centros são O_1 e O_2, e ambos têm o mesmo raio. Seja K um ponto do semicírculo O_2 e suponha que AK intercepte os semicírculos respectivamente nos pontos M e N. Suponha agora que $MN \equiv NK$ e que o segmento AK mede k. Determine as medidas dos segmentos AM e MN em função de k



Solução do Desafio Anterior

Solução obtida pelo aluno José Paz Pereira Junior.

Mostre que existe um número da formar 199...991 com mais de dois noves, que é um múltiplo de 1991.

Solução:

Temos $1991 = 11 \times 181$. Pondo $N = 199...991$, vemos que N deverá conter um número par de noves para ser múltiplo de 11. Resta suprir a condição de ser múltiplo de 181. Como N é primo com 10, o pequeno teorema de Fermat garante que 181 divide $10^{181} - 1$.

Para $n = 2m$, temos $N - 1991 = 10^{2m+1} +$
$+ 9 \cdot (10^{20} + \cdots + 10) + 1 - (10^3 + 9 \cdot (10^2 + 10) + 1) = 10^{2m+1} +$
$+ 9 \cdot (10^{2m} + 10 + \cdots + 10) + 1 - (10^3 + 9 \cdot (10^2 + 10) + 1) = 10^{2m+1} +$
$+ 10 \cdot (10^{2m} - 1) - (10^3 + 10 \cdot (10^2 - 1)) = 2 \cdot (10^{2m+1} - 10^3)$

Tome m = 91, assim $n = 2m + 1 = 183$; portanto, $N - 1991 = 2 \cdot (10^{183} - 10^3) = 2 \cdot 10^3 \cdot (10^{180} - 1)$ é um múltiplo de 181.

Existe algo que é mais forte do que o talento: chama-se a determinação.
Ory Rodrigues

TROCANDO EM MIUDOS ...

Aspectos do Infinito na Matemática

Prof José Roosevelt Dias (GGM)

Comecemos pelo texto de Arquimedes (Matemática e Imaginação pág 44):

'Há pessoas, Rei Gélon, que pensam que o número de grãos de areia é infinito (não só a de Siracusa mas as que se encontram em todas regiões habitados ou não; e há outros que, sem considerá-lo infinito julgam que não existe um número bastante grande para exceder a quantidade de grãos de areia).Mas dos números mencionados por mim no trabalho que enviei a Leucipo, alguns excedem não só o número de grãos de areia, mas também o que está contido no universo.'

Introdução: *De qual infinito iremos falar?*

Quaisquer números reais como $\sqrt{2}$, π, ε, mostram um trato matemático do infinito. De fato, com $\sqrt{2}$ mostramos que as medidas do lado de uma quadrado e da hipotenusa não são comensuráveis. O número π está associado à exaustão de uma poligonal para a circunferência, e o número e é definido como uma soma de infinitas parcelas.

Mas, por vezes, esquecemos que o *infinito* tem vários aspectos. Usualmente o tratamos como uma extensão ilimitada, da qual não conseguimos vislumbrar a sua extremidade ou fronteira. São exemplos deste infinito, objetos como a *reta* e o *plano* euclidiano.

Mas algo *inesgotável* também é infinito. Assim, não podemos esgotar os naturais tirando-os de um a um, nem tampouco esgotar desta maneira o número de primos .

Existe ainda uma outra direção para o infinito: o infinitamente pequeno. Sua concepção é atingida quando subdividimos um segmento de reta, e dele consideramos apenas sua metade. Fazemos isto outra vez e ainda outra vez, obtendo 1/8 do segmento original. Temos consciência que $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ é um número que se aproxima de zero quando n cresce arbitrariamente. Este aspecto do infinito é denominado *infinitésimo* (aqui não estamos lidando com o conceito).

Este ponto de vista foi explorado por Zenon para mostrar que não podíamos dividir infinitamente uma distancia, caso contrario o movimento seria impossível. Para elucidar o que se entende com o termo *infinito*, Hilbert lembra suas nuances. Um jarro de vidro cheio de água nos dá a impressão que a natureza *não dá saltos.* Este aspecto é usado na Matemática, associado a questões de *continuidade* e do *continuum.*

Embora na antiguidade já se discutia sobre a existência do *infinitamente divisível*, hoje, com a Física Quântica, somos levados a crer que a natureza *dá saltos.*

Neste sentido temos um primeiro destaque nos racionais: se $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são racionais então $\frac{a+c}{b+d}$ é um racional entre eles. Este é o aspecto *denso* do infinito na Matemática.

A Grécia Clássica e o Infinito

O tratamento mais revolucionário e polêmico do infinito foi efetuado por Cantor com sua teoria dos conjuntos. No entanto, a Matemática lida desde há muito tempo com o infinito.

Arquimedes: Se a e b são dois números naturais e $b \neq 0$ *existe um múltiplo mb de b tal que* $a \leq mb$.

Este princípio admite que não existe o maior número natural.

Euclides: Se p é primo, existe um primo q com $q > p$.

Em outras palavras, o número de primos é infinito.

A reta grega dos racionais era densa e considerada sem buracos. A crise da aritmética, com a descoberta de $\sqrt{2}$ mostrou a falsidade desta concepção: a reta grega tinha buracos. Em termos de coordenadas, podemos dizer que a diagonal do primeiro quadrante não intercepta o círculo $x^2 + y^2 = 1$.

Na verdade, a primeira crise da Matemática, originada na descoberta de $\sqrt{2}$ provocou a elaboração da Teoria das Proporções de Eudoxo, e Arquimedes já tinha um uso corrente do denominado *método de exaustão*.

O infinito na Matemática

Mas, como teve inicio a sistematização do *infinito?* Além disso, como se dá a *introdução do infinito na Matemática?*

A primeira questão nos remete à substituição do principio de Tales que considerava ser a *unidade* o elemento primordial. Seu aluno *Anaximandro de Mileto* substituiu este principio pela noção de *infinito (apeíron)*: não é a água nem nenhum dos outros que se chama elementos, mas outro princípio gerador (natureza) infinito, do qual nascem todos os céus e universos nele contidos.

Agora vejamos a introdução do infinito na Matemática. Ela é apresentada na axiomática da Teoria dos Conjuntos de (por exemplo) Zermelo-Fraenkel através do Axioma do infinito note que os símbolos indicados por Z e por 0 não são o conjunto dos inteiros nem o número zero:

Existe no mínimo um conjunto Z com as seguintes propriedades:

(i). $0 \in Z$

(ii). Se $x \in Z$, também $\{x\} \in Z$.

Daí a lidar de forma contundente com o infinito é um salto: são construídos os racionais, cuja reta é densa e ilimitada, os reais e a teoria de limites, que permite a elaboração do Cálculo Diferencial dentre outras criações Matemáticas.

O infinito potencial e o infinito atual.

Não era unânime a utilização do infinito pelos matemáticos. Nem Gauss nem Kronecker julgavam legítimas as argumentações desmesuradas quando do uso do infinito. Tal utilização, tido como um abuso, era considerado como a fonte de incongruências que surgiram na Matemática, em particular nas questões sobre séries numéricas.

Não há um questionamento efetivo sobre o *potencialmente infinito.* Assim, considerar todo número natural admite um maior que ele nunca foi questionado, embora envolve um certo mistério por não ser passível de experimentação e deste fato se tirar tantas conclusões importantes para a Matemática. Esta concepção está no nível do infinito potencial.

O que realmente se questiona é o uso intenso do infinito como uma soma ou um produto de uma sequência, de um modo análogo às coisas finitas como um polinômio ou um produto de números. Este é o aspecto do *infinito atual*. Através dele, usamos números como p num mesmo patamar dos naturais. Além disso, lidamos com conjuntos ‘infinitos’ como objetos e efetuamos certas operações como o produto cartesiano $\infty \times \infty$.

Aparentemente Poincaré fazia restrições predicativistas visando simplesmente à eliminação de paradoxos. Seu perfil era a de um matemático culto preocupado com questões filosóficas. Na sua concepção, um objeto matemático não admite pré-existência, só existindo,portanto após sua definição. E esta não deve levar a contradições. Como sua visão de conjunto é extensionalista, um conjunto infinito não pode ser completamente dado.

Nas suas considerações vemos embutida a noção de *tipo*: um objeto de um tipo só está dado, se o estiverem os de níveis inferiores. Por isso considera que um objeto não pode ser definido em termos do próprio gênero.

Um enunciado sobre o infinito, diz, se deve apenas a “*une façon de parler*”. Portanto, ao invés da afirmação: *a série dos primos é ilimitada* deve ser reescrita como *para cada primo p existe um primo q onde q > p*. Ou então, como escrevia Euclides: *não existe o maior número primo*.

O infinito na Teoria dos Conjuntos

Galileu formulou um paradoxo ao observar que existem tantos quadrados quantos são os números naturais. Hoje isto significa que a função $n \to n^2$ é bijeção. Assim, se tiramos dos naturais todos os números que não são quadrados, restarão ainda tantos números quantos são os naturais.

Já conhecemos a crise Matemática surgida ao se descobrir que a diagonal do quadrado e o lado são incomensuráveis, o que significa ser $\sqrt{2}$ um número irracional.

De um modo geral, se a fatoração de um natural m contem primos que não são potencias de ordem u então $m^{1/u}$ é um irracional (por exemplo se, p é primo então $\sqrt[3]{p}$ e $\sqrt[5]{p}$ são irracionais).

No entanto, $m^{1/u}$ é raiz do polinômio $X^u - m = 0$. Isto é, $m^{1/u}$ é um número algébrico.

Um número algébrico é um número complexo que é raiz de um polinômio inteiro de coeficientes racionais. Assim, $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ e $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ são números algébricos pois são raízes respectivamente dos polinômios x^2+x+1 e x^4-10x^2+1.

Note que todo racional é raiz de um polinômio de grau 1. Aparentemente existiriam mais irracionais que são algébricos do que os racionais. No entanto, Cantor demonstrou que os algébricos são enumeráveis, como veremos abaixo.

Definição: Um conjunto é enumerável se existe uma bijeção de ∞ sobre ele.

Exemplo: $\infty\times\infty$ é enumerável; além disso, um produto finito de enumeráveis é enumerável. A união enumerável de enumeráveis é enumerável. Decorre que os racionais são enumeráveis,pois os racionais não negativos podem ser vistos como um subconjunto de $\infty\times\infty-\{0\}$.

Podemos enunciar então que *os racionais são enumeráveis e que os algébricos são enumeráveis.*

$$/ \subseteq\text{'x}\ \infty \text{ e } f(x)=a_n x^n+\cdots+a_1x+a_0 \to (a_n,\ldots,a_1,a_0)$$

Como consequência: *Os irracionais formam um conjunto não enumerável.*

Os reais não são enumeráveis, como podemos constatar na argumentação abaixo.

Mostraremos que o intervalo I=]0,1[não é enumerável.

Para isto, suponha que $x_1,\ldots,x_n$, seja uma enumeração de I.

Vamos exibir um número real distinto de todos os anteriores. Considere o seguinte número x:

Seja a_1 o primeiro dígito da expansão decimal de x_1. Tome um dígito $b_1 \neq a_1$ e ponha como primeiro dígito da expansão decimal de x. Então x difere de x_1 pois seus ‘primeiros dígitos’ são distintos. Tome agora um dígito b_2 distinto do segundo dígito de x_2. Seja b_2 o segundo dígito da expansão de x. Vemos que x _ x_1 e que x _ x_2. Usamos o mesmo recurso para cada número x_n da sucessão acima. Então o número x = 0, b_1, b_2, b_3, ... , b_n ,..., onde b_i difere do i-ésimo termo da expansão decimal de x_i não consta da enumeração do intervalo]0, 1[. Isto implica que]0, 1[não é enumerável.

Outro número irracional é o número $\alpha = 1{,}23456789\,101112...$, pois sua expansão decimal é infinita e não periódica. Normalmente são citados exemplos individuais de irracionais, dando idéia que existem menos irracionais que racionais. O resultado abaixo sobre os algébricos pode confundir mais ainda.

O número π também é irracional. Além disso, π não é algébrico. Estas afirmações sobre o número π são difíceis de demonstrar, assim como afirmações sobre o número a acima. Como π não é algébrico, dizemos que ele é *transcendente.* Uma primeira observação que temos sobre os transcendentes é que eles formam um conjunto *não enumerável.*

Na verdade, *existem tantos transcendentes quantos são os números reais*.

Os exemplos de números transcendentes são mais complicados de se apresentar. O número e também é transcendente. Mas o primeiro trabalho mostrando uma classe infinita de transcendente foi elaborado por Liouville, que mostrou que se um número pode ser aproximado por um grau qualquer por racionais ele é transcendente. Veremos um pouco sobre isto a seguir.

Usaremos a proposição abaixo sem demonstrá-la.

Proposição: Um número algébrico de grau n é aproximável no máximo ao grau n.

Definição: Um número real é dito ser número de Liouville se para cada inteiro positivo m existe um número racional $\frac{h_m}{k_m}$ com $k_m > 1$ tal que $\left|\alpha - \frac{h_m}{k_m}\right| < (k_m)^{-m}$ (*)

Teorema: Um número de Liouville é transcendente.

Demonstração: Suponha que um número de Liouville ξ seja algébrico de grau n. Para todos inteiros $m \geq n+1$ a desigualdade (*) implica que $|\xi - h_m/k_m| < (k_m)^{-n-1}$ e assim ξ pode ser aproximado ordem n+1 o que contradiz o teorema anterior.

Exemplo: O número $\xi = 10^{-1!} + 10^{-2!} + ... + 10^{-m!} + ... + =$ 0,1100010... é de Liouville.

Quais irracionais que você conhece?

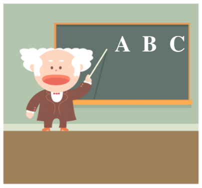
Se você jogar um dardo na ‘reta real’ sempre acertará numa coordenada irracional, pois os racionais têm medida nula:

Cada racional $\frac{h}{k}$ está em $\left]\frac{h}{k}-\frac{\varepsilon}{3}, \frac{h}{k}+\frac{\varepsilon}{3}\right[$ e assim:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{h=1}^{k}\frac{2\varepsilon}{k^3} = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2\varepsilon}{k^2} = 2\varepsilon + \sum_{k=2}^{\infty}\frac{2\varepsilon}{k^2} < 2\varepsilon + \sum_{k=2}^{\infty}\frac{2\varepsilon}{k(k-1)} = 4\varepsilon$$

Do ponto de vista de cardinais, os racionais são desprezíveis.

Devemos incentivar o leitor a aprofundar estes temas em leituras especificas ou em textos de livros de História da Matemática.



DÁ LICENÇA PARA O "BOM" PORTUGUÊS

Prof Paulo Trales (GAN)

✓ **"Somatória" ou "Somatório"?**

Esta sentença saiu da caneta de um conhecido jornalista: "A cobrança da CPMF é resultado de uma lamentável somatória de má fé, demagogia e oportunismo".

Na verdade, é lamentável que ainda se escreva assim! A língua só tem um somatório.

- Há um somatório de crises na previdência.
- Houve um somatório de erros nessa questão.
- O somatório dos *n* primeiros números naturais.

✓ **Inicia-se um período com um número ou com um algarismo?**

Não convém. Entretanto é comum encontrarmos períodos assim escritos: "1980 foi o ano de implantação da cobrança do Imposto de Renda" ou "5ª Semana de Matemática".

É melhor utilizar as sentenças:

- O ano de 1980 foi o da implantação da cobrança do Imposto de Renda.
- Quinta Semana da Matemática.

✓ **"A que horas" começa a aula ou "Que horas" começa a aula?**

O correto é "A que horas".

- A que horas começa a aula de Topologia dos Espaços Métricos? A aula começa às 14h.
- A que horas você costuma se levantar? Costumo me levantar às 6h.

✓ **Erros se "fazem" ou erros se "cometem"?**

Erros mais se cometem.

- Os alunos de Análise I não cometem tantos erros primários quanto antigamente.

EQUIPE DO JORNAL DÁ LICENÇA
jornal.dalicenciatura@ gmail.com

Coordenadora: Profª Márcia Martins (GAN)
Vice-coordenadora: Profª Valéria Zuma Medeiros (GMA)
Docentes Participantes: Profª Anna Beatriz A. Santos (GAN) + Prof José Roosevelt Dias (GGM) + Prof Paulo Trales (GAN) + Prof Wanderley M. Rezende (GMA) + D.A.C.M.