



Introdução à Análise Combinatória

FICHA DE ATIVIDADES

Bolsistas: *Bruna Raeder Alves da Silva, Daniel Santos Gonçalves e Felipe Augusto de Oliveira Martins*

Supervisora: *Vanessa Nunes de Souza*

Colaboradoras: *Isabele Salvador Barbosa, Luciana Prado Mouta Pena e Natasha Cardoso Dias*

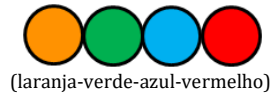
Orientadores: *Bruno Alves Dassie e Wanderley Moura Rezende*

Parte 1

Jogar o Jogo Senha pelo menos duas vezes, alternando o desafiante e o desafiado.

Parte 2

1. (EF08MA03) Sabendo que as cores laranja e verde estão fixadas em suas posições corretas, quantas e quais são as senhas que podem ser formadas com o esquema abaixo?



2. (EF08MA03) Verifique quantas e quais as senhas podem ser formadas com as cores:

a) (amarelo-vermelho-laranja-azul) sabendo que azul e vermelho são fixas;

b) (azul-verde-amarelo-vermelho) sabendo que amarelo e vermelho são fixas;

c) (roxo-laranja-vermelho-azul) sabendo que apenas a cor roxo está fixa;

d) (verde-azul-vermelho-laranja) sabendo que apenas a cor vermelho está fixa.

3. (EF08MA03) Quantas e quais senhas podem ser formadas com as seguintes cores?



4. (EF08MA03) Em uma partida, o desafiante escolheu as cores rosa, amarelo, verde e laranja para a construção da senha. Quantas são as senhas possíveis:

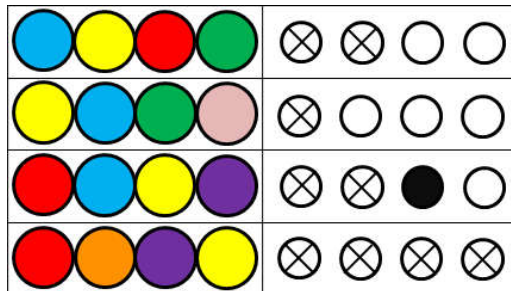
- se soubermos a posição da cor rosa?
- se soubermos a posição das cores rosa e amarelo?
- não soubermos a posição de nenhuma das cores?

5. (EF08MA03) Seguindo o mesmo raciocínio da questão anterior, determine quantas senhas de quatro cores é possível formar nos seguintes casos:

- usando as 7 cores;
- usando as 7 cores, sendo que o azul aparece na 1ª posição;
- usando as 7 cores, sendo que o azul aparece em qualquer posição.

6. (EM13MAT310) **Desafio:** Para formar uma senha, você deve primeiro escolher um grupo de 4 cores dentre as 7 disponíveis. Quantos grupos de 4 cores podemos escolher para montar uma senha?

7. (EM13MAT310) Observe as jogadas a seguir:



Descrição da imagem

Primeiro palpite: (azul-amarelo-vermelho-verde).
Dica: duas bolinhas com X – cores certas no lugares errados.

Segundo palpite: (amarelo-azul-verde-rosa).
Dica: uma bolinha com X – cor certa no lugar errado.

Terceiro palpite: (vermelho-azul-amarelo-roxo).
Dica: duas bolinhas com X e uma bolinha toda pintada – duas cores certas no lugar errado e uma cor certa no lugar certo.

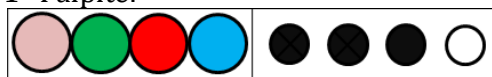
Quarto palpite: (vermelho-laranja-roxo-amarelo).
Dica: quatro bolinhas com X – todas as cores certas em posições erradas.

- Por que na terceira jogada o jogador retorna com a cor vermelha?
- A cor amarela está na segunda posição? Por quê?
- Quais posições a cor amarela não ocupa na senha? Podemos determinar qual é sua posição correta?
- Já podemos dizer quais são as cores que compõem essa senha? Se sim, quais? Justifique sua resposta.
- Quais e quantas são as possíveis senhas? Justifique sua resposta.

8. (EM13MAT310) Jogando de forma aleatória, sempre é possível acertar a senha correta no próximo palpite por sorte. Porém, baseado nos palpites anteriores e nas dicas (bolinha com um X) e (bolinha pintada), é possível criar estratégias para descobrir a senha.

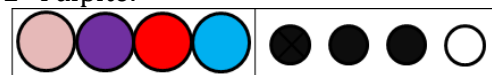
Sabendo que as cores usadas para criar a senha são amarelo, azul, laranja, rosa, roxo, verde e vermelho, observe os seguintes palpites:

1º Palpite:



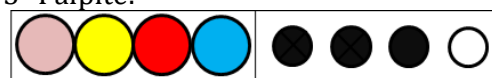
(rosa-verde-vermelho-azul) Dica: três bolinhas pintadas.

2º Palpite:



(rosa-roxo-vermelho-azul) Dica: três bolinhas pintadas.

3º Palpite:



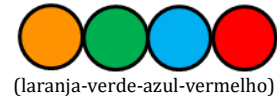
(rosa-amarelo-vermelho-azul) Dica: três bolinhas pintadas.

Agora responda as perguntas a seguir:

- Podemos saber todas as cores que **não** fazem parte senha? Justifique sua resposta.
- É possível saber todas as cores que formam a senha sem dar o próximo palpite? Justifique sua resposta.
- É possível vencer o jogo no quarto palpite? Justifique sua resposta.

Parte 3 – Gabarito

1. Podem ser formadas duas senhas:

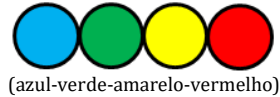


2.

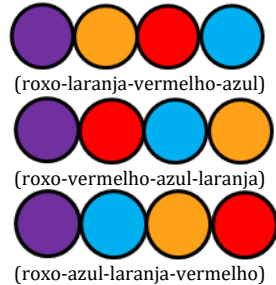
a) duas senhas:



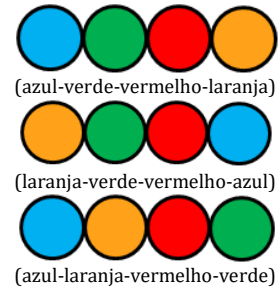
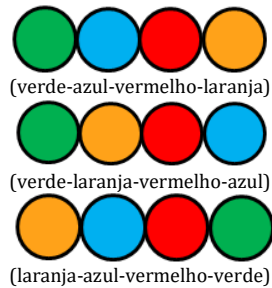
b) duas senhas:



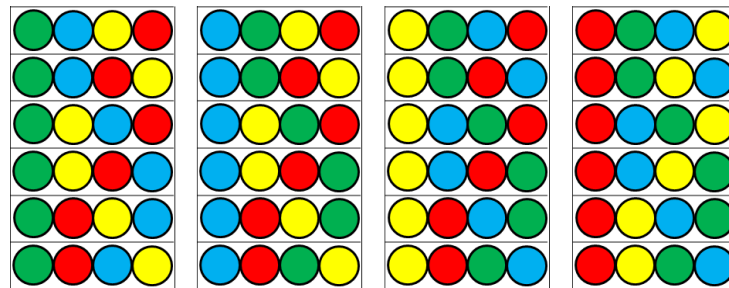
c) seis senhas:



d) seis senhas:



3. Podem ser formadas $4! = 24$ senhas.



Descrição da imagem

(verde-azul-amarelo-vermelho, verde-azul-vermelho-amarelo, verde-amarelo-azul-vermelho, verde-amarelo-azul-vermelho, verde-vermelho-amarelo-azul, verde-vermelho-azul-amarelo, azul-verde-amarelo-vermelho, azul-verde-vermelho-amarelo, azul-amarelo-verde-vermelho, azul-amarelo-vermelho-verde, azul-vermelho-amarelo-verde, azul-vermelho-verde-amarelo, amarelo-verde-azul-vermelho, amarelo-verde-vermelho-azul, amarelo-azul-verde-vermelho, amarelo-azul-vermelho-verde, amarelo-vermelho-azul-verde, amarelo-vermelho-verde-azul, vermelho-verde-azul-amarelo, vermelho-verde-amarelo-azul, vermelho-azul-verde-amarelo, vermelho-azul-amarelo-verde, vermelho-amarelo-azul-verde, vermelho-amarelo-verde-azul)

4. Entendemos que esta atividade possui caráter mais abstrato, mas esperamos que as atividades anteriores forneçam dicas suficientes para que os estudantes desenvolvam estratégias para resolvê-la. Os estudantes podem apresentar soluções envolvendo raciocínio lógico, uma lista de permutações ou representações gráficas (como a árvore de possibilidades).

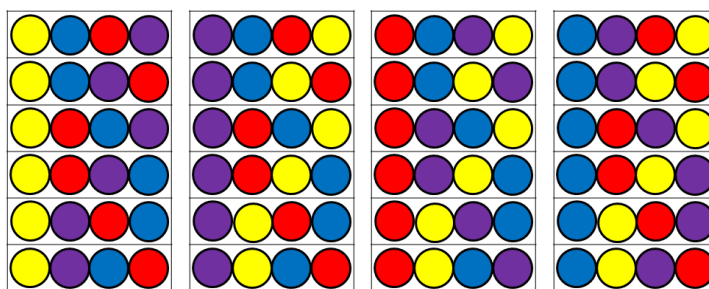
- a) Fixando a posição da cor rosa, as outras três cores (amarelo, verde e laranja) podem ser permutadas entre as três posições restantes. O total de senhas possível é $3! = 3.2.1 = 6$ senhas.
- b) Fixando as posições de duas cores quaisquer, é possível formar $2! = 2.1 = 2$ senhas.
- c) Se conhecermos as quatro cores da senha, mas não soubermos as posições de cada uma delas, é possível formar $4! = 4.3.2.1 = 24$ senhas.

5. Assim como a questão anterior, entendemos que esta atividade possui caráter mais abstrato, mas esperamos que as atividades anteriores forneçam dicas suficientes para que os estudantes desenvolvam estratégias para resolvê-la. Os estudantes podem apresentar soluções envolvendo raciocínio lógico, uma lista de permutações ou representações gráficas (como a árvore de possibilidades).

- a) São 7 possibilidades na primeira posição da senha - todas as cores estão disponíveis. Para a segunda posição da senha, apenas 6 cores estão disponíveis, pois uma já foi usada e as cores não podem se repetir. Na terceira posição, restam apenas cinco opções de cores e na quarta posição, quatro opções. Portanto, é possível formar $7.6.5.4 = 840$ senhas.
- b) Seguindo o mesmo raciocínio, na primeira posição há apenas uma possibilidade: a cor azul. Depois restam seis cores para as outras três posições. Assim, é possível formar $1.6.5.4 = 120$ senhas.
- c) A cor azul pode aparecer em qualquer posição. Se o azul estiver na primeira posição, temos 120 senhas possíveis (letra b acima). De forma análoga, se a cor azul estiver na segunda posição, também temos 120 senhas possíveis. O mesmo ocorre caso o azul seja fixado na terceira ou na quarta posição. Portanto, é possível formar $120.4 = 480$ senhas.

6. Vamos começar calculando o número de sequências ordenadas de cores. Como vimos, se a ordem for considerada, é possível formar $7.6.5.4 = 840$ senhas = $A_{7,4}$.

É importante observar que essas 840 possibilidades incluem, entre outras:



Descrição da imagem

(amarelo-azul-vermelho-roxo, amarelo-azul-roxo-vermelho, amarelo-vermelho-azul-roxo, amarelo-vermelho-roxo-azul, amarelo-roxo-vermelho-azul, amarelo-roxo-azul-vermelho, roxo-azul-vermelho-amarelo, roxo-azul-amarelo-vermelho, roxo-vermelho-azul-amarelo, roxo-vermelho-amarelo-azul, roxo-amarelo-vermelho-azul, roxo-amarelo-azul-vermelho, vermelho-azul-roxo-amarelo, vermelho-azul-amarelo-roxo, vermelho-roxo-azul-amarelo, vermelho-roxo-amarelo-azul, vermelho-amarelo-roxo-azul, vermelho-amarelo-azul-roxo, azul-roxo-vermelho-amarelo, azul-roxo-amarelo-vermelho, azul-vermelho-roxo-amarelo, azul-vermelho-amarelo-roxo, azul-amarelo-vermelho-roxo, azul-amarelo-roxo-vermelho).

Em cada um desses casos – que diferem entre si apenas pela ordem das cores escolhidas – as cores serão: amarelo, vermelho, roxo e vermelho. Assim, esses 24 arranjos são equivalentes entre si. Por este motivo a atividade é considerada um desafio para o estudante.

Para desconsiderar a ordem das cores, temos que dividir pelo número de permutações entre a quantidade de cores a serem escolhidas. Então, é possível escolher $\frac{840}{4!} = \frac{840}{24} = 35$ grupos de 4 cores.

Utilizando a fórmula de combinação:

$$C_{7,4} = \frac{A_{7,4}}{P_4} = \frac{7!}{4!. (7 - 4)!} = \frac{7.6.5}{3.2.1} = 35$$

7.

- a) Da primeira para segunda jogada, o jogador muda as cores de posição e escolhe outro grupo de cores, substituindo apenas a cor vermelha pela cor rosa. As dicas indicam que na primeira jogada ele tinha duas cores da senha e na terceira tem apenas uma. Portanto, a cor vermelha com certeza faz parte da senha.
- b) É possível afirmar que a cor amarela não está na segunda posição olhando apenas para o primeiro palpite, no qual o amarelo está na segunda posição e as dicas informam que não tem nenhuma cor na posição correta.
- c) Observando os quatro primeiros palpites, é possível dizer que a cor amarela não está na primeira, na segunda e nem na quarta posição, pois as dicas indicam que não há cores na posição correta em todas estas jogadas. Apenas no terceiro palpite há uma cor na posição correta que, por eliminação, tem que ser o amarelo na terceira posição.
- d) De acordo com as dicas do quarto palpite, todas as cores pertencem à senha. Então é possível afirmar que as cores das senhas são vermelho, laranja, roxo e amarelo.
- e) Observando os quatro primeiros palpites, podemos afirmar que a cor da primeira posição não é vermelha, nem amarela. Então, pode ser laranja ou roxo – 2 casos:
 - 1º caso - fixando a cor laranja na primeira posição e sabendo que a cor amarela está na terceira posição, temos duas possibilidades: laranja-vermelho-amarelo-roxo ou laranja-roxo-amarelo-vermelho.
 - 2º caso - fixando a cor roxa na primeira posição e sabendo que a cor amarela está na terceira posição, temos apenas uma possibilidade: roxo-vermelho-amarelo-laranja, pois a cor laranja não está na segunda posição (dica do quarto palpite).

Assim, há 3 senhas possíveis.

8.

- a) Sim. Das 7 cores disponíveis, usamos apenas 4 para formar uma senha. Logo, sempre há três cores que não fazem parte da senha. Nos três palpites as cores rosa, vermelho e azul não são permutadas e as dicas não sofrem alterações. Portanto, é possível afirmar que as cores verde, roxo e amarelo não fazem parte da senha.
- b) Sim. As três cores que não são permutadas e permanecem na posição correta em todos os palpites são rosa, vermelho e azul. Sabendo que verde, roxo e amarelo não fazem parte da senha, a quarta cor só pode ser o laranja.
- c) Sim. Sabendo que rosa, vermelho e azul estão nas posições corretas, podemos afirmar que a cor laranja está na segunda posição da senha. Portanto a senha é: rosa-laranja-vermelho-azul.

