# O REGISTRO DE UMA EXPERIÊNCIA

Ceres Marques de Moraes

Livre-Docente - UFF Professora Adjunta - GAN/UFF

Maria Emília Neves Cardoso Mestre em Matemática - UFF Professora Adjunta - GAN/UFF Solange Flores dos Santos Mestre em Matemática - UFF Professora Assistente - GAN/UFF

Wagner Ribeiro Larangeira Mestre em Matemática - UFF Professor Adjunto - GMA/UFF

# O REGISTRO DE UMA EXPERIÊNCIA

# 1. Objetivos

Com o presente trabalho os autores de Fundamentos de Matemática - Uma proposta de iniciação, v. 1, 2ª ed., que a este subscrevem, pretendem fazer o registro da experiência adquirida com a elaboração e o uso do mesmo. Deste registro fazem parte uma síntese das razões que os levaram ao texto da 1ª edição e à uma posterior ampliação

que consta da 2ª edição, feitas devido ao interesse dos autores em acrescentar um capítulo prévio intitulado "Teoria dos Conjuntos: um pouco de suas preocupações e de sua história", (a ser particularmente focalizado neste trabalho), além da inserção de notas e de novos exercícios.

#### 2. Justificativa

Os autores têm há vários anos militado nos cursos de graduação em Matemática da Universidade Federal Fluminense. No exercício de suas funções sempre sentiram nem só o importante papel desempenhado pelos textos didáticos, mas também as dificuldades em indicá-los por ser realmente reduzida em nosso meio a literatura de Matemática que aborde questões inerentes às suas bases.

Por essas razões e pelas vinculações que se tinha com projetos de pesquisa, no Departamento de Análise do Instituto de Matemática, o grupo foi conduzido de maneira natural a escrever e a experimentar apostilas e textos prévios, para afinal começar a editar um trabalho que leve o leitor a começar a pensar sobre a natureza dos objetos matemáticos, a saber manipular os instrumentos básicos ligados ao fazer Matemática na atualidade, a saber procurar recursos bibliográficos adicionais necessários a seu constante aperfeiçoamento, etc.

O atual texto do volume 1 tem-se mostrado ainda do interesse de alunos do Curso de Especialização em Mate-

mática, muitas vezes freqüentado por professores de 1º e 2º graus em exercício, e de profissionais e estudiosos vinculados a áreas afins à Matemática.

O referido volume é parte integrante da obra Fundamentos de Matemática - Uma proposta de iniciação, de autoria do mesmo grupo, que tem o seguinte plano de publicação:

- V.1 Uma abordagem intuitiva da teoria dos conjuntos
- V.2 Uma abordagem axiomática da teoria dos conjuntos
- V.3 Uma construção dos números cardinais e ordinais
- V. 4 Um estudo sobre os problemas de fundamentação da Matemática

# 3. Um pouco das preocupações dos autores

O texto da edição revista do volume 1 procura refletir preocupações didáticas dos autores, de diferentes naturezas, já que ele se destina basicamente a estudantes de cursos de graduação em Matemática. Ele pretende:

- i) levar o leitor a perceber que a Matemática não tem nada de estática; já era conhecida na antigüidade; e como muitos campos do conhecimento, sofreu uma evolução acentuada daquela época até nossos dias; tem hoje problemas em aberto que possivelmente estarão solucionados no futuro, sendo substituídos sucessivamente por novos problemas que estarão sempre exigindo muita atividade dos matemáticos para sua superação.
- ii) fazer com que o interessado constate que a Matemática não foi doada aos homens por deuses; ela sempre foi e sempre será obra de indivíduos, portanto genuinamente humana; que ele, estudante, pode ser amanhã não apenas um usuário, mas também um produtor de novos resultados em Matemática.
- iii) que a infalibilidade da Matemática não é tão

- garantida como em geral se pensa. A crise dos paradoxos do início do século XX, por exemplo, exigiu muito trabalho de reformulação dos sistemas matemáticos então existentes para que o nível de crença na segurança dos resultados da Matemática voltasse a ser admitida. Outras crises do gênero podem novamente surgir?
- iv) esclarecer que o licenciado em Matemática, particularmente, precisa ter noções claras acerca do que é admitido legitimamente, hoje, como conhe cimento matemático, para poder tratá-lo adequadamente como objeto do seu ensino.
- v) contribuir para a modificação de um fato deconstatação fácil entre estudantes dos cursos de graduação em Matemática; eles são pouco solicitados a ler textos narrativos; se limitam predominantemente a ler textos técnicos, que em geral constam de definições, demonstrações de teoremas e exercícios. A elaboração de idéias acerca do tema enfocado fica em geral prejudicada pela omissão de sugestões de leituras adequadas.

#### 4. A estrutura geral do volume

Foram previstos cinco capítulos na 2ª edição do v. 1:

- cap. 1 Teoria dos Conjuntos: Um pouco de suas preocupações e de sua história
- cap. 2 Noções iniciais sobre conjuntos
- cap. 3 Operações sobre conjuntos
- cap. 4 Relações e funções
- cap. 5 Relações de equivalência e relações de ordem

Os capítulos foram sucedidos de listas de abreviaturas e símbolos e a eles seguiram-se as referências bibliográficas e apêndices (que incluem respostas dos exercícios dos diferentes capítulos, índices de autores e de assuntos).

Em cada capítulo foram inseridas notas com objetivo de fornecer dados complementares alusivos aos temas abordados no texto, inclusive, referências bibliográficas pertinentes.

Outros dados sobre notas e exercícios incluídos em cada capítulo serão apresentados adiante.

# 5. O papel do capítulo 1

Devido às suas características, serão abordadas particularmente a seguir, as razões que levaram os autores a estruturar (e desenvolver) o capítulo 1 da seguinte forma:

- 1.1 A introdução da linguagem de conjuntos no ensino de Matemática Elementar
- 1.2 A Teoria dos Conjuntos e sua contribuição para o estudo de Fundamentos de Matemática
  - 1.2.1 A formalização da Lógica
  - 1.2.1.1 As origens e o desenvolvimento na Grécia
  - 1.2.1.2 Aspectos do desenvolvimento nos séculos XVII e XVIII
  - 1.2.1.3 Aspectos do desenvolvimento nos séculos XIX e XX
  - 1.2.2 A formalização da Matemática
  - 1.2.2.1 Aspectos do desenvolvimento entre o século IV a.C. e o início do século XIX
  - 1.2.2.2 Aspectos do desenvolvimento desde o início do século XIX até a atualidade
  - 1.3 A Teoria dos Conjuntos de Cantor: repercussões iniciais
  - 1.4 Primeiras respostas
  - 1.5 Notas
  - 1.6 Exercícios

O texto deste capítulo foi acrescentado na 2ª edição do volume devido particularmente aos argumentos citados em i-iv do item 3, relativo às preocupações didáticas dos autores. Uma versão anterior dele já foi usada como um dos textos básicos de outra disciplina do Curso de Graduação em Matemática da UFF.

O enquadramento do desenvolvimento do capítulo 1 nos argumentos mencionados se processou de modo natu-

ral, no ponto de vista dos autores, como mostrado a seguir.

A inclusão de 1.1 teve por objetivo fazer com que o leitor percebesse de que modo uma crise nas bases da Matemática, descoberta no final do século XIX, veio a repercutir, a partir da década de 50, no ensino de Matemática das escolas elementares de praticamente todo o mundo, inclusive num grande número de escolas públicas e particulares brasileiras, dentro do movimento conhecido como Matemática Moderna.

São citadas também no texto as causas desse movimento que contou inclusive com a participação de matemáticos de renome de diferentes países, os grandes projetos americanos e europeus que colaboraram inicialmente para a atualização dos docentes em serviço em todo o mundo, e em linhas gerais a forma com que se processou a disseminação dessas idéias junto ao professorado brasileiro.

Consideramos de interesse mencionar ainda o seguinte trecho que consta de p. 24 do referido volume:

"Não é propósito deste trabalho discutir se o ensino da nova Matemática, no Brasil, foi bem sucedido ou não. Parece não haver dúvidas de que, para o meio brasileiro, a introdução da linguagem de conjuntos no ensino de alguns conteúdos de Matemática Elementar foi oportuna, inclusive porque, em parte também nos livrou do "ranço grego" que dominou o ensino da Matemática de todo o mundo por séculos."

"Certamente muita coisa está por se fazer a respeito deste ensino, mas novas propostas de melhorias vêm sendo investigadas e respondidas pelos que em todo mundo, inclusive no Brasil, estão se dedicando à Educação Matemática, que, nos dias atuais, se constitui numa área de investigação com propósitos bem definidos"

Acreditamos ter atingido vários dos propósitos referidos no item 3, no tratamento de 1.1. Todo ele é uma confirmação da não estagnação da Matemática no decorrer do tempo, em diferentes países, através de uma intensa atividade desenvolvida por indivíduos, que dentre muitas tarefas, tiveram que restabelecer, embora de forma ainda não definitiva, a crença na infalibilidade da Matemática, admitida como inquestionável desde a antigüidade.

Para o desenvolvimento de 1.2 concorreu sobremodo a experiência dos autores em pesquisa e ensino dos tópicos tratados, devido à densidade do texto. A convicção de que o ensino desses assuntos era oportuno no início de um curso de graduação em Matemática foi se estabelecendo gradualmente para o grupo, que chegou à conclusão de que sua abordagem poderia preceder os conteúdos de uma disciplina cuja ementa fosse centrada num tratamento intuitivo da Teoria dos Conjuntos.

Como não podia deixar de ser, os autores foram buscar nas tentativas de formalização da Lógica (1.2.1) e da Matemática (1.2.2), da antigüidade ao século XIX, os argumentos que levaram ao aparecimento da Teoria Intuitiva dos Conjuntos de Cantor.

As preocupações com a clareza de um lado, e com a concisão do texto por outro, fizeram com que numerosas notas fossem acrescentadas em 1.2 pelas razões já mencionadas.

Particularmente em 1.2, houve preocupação em citar nomes, datas e lugares. Evidentemente eles não foram inseridos para serem memorizados pelos estudantes. Houve sim, interesse na citação de nomes de pessoas, épocas e circunstâncias em que viveram, pelo fato delas terem deixado contribuições significativas para o desenvolvimento da Matemática.

Certamente o esboço apresentado em 1.2, relativo ao desenvolvimento da Lógica e da Matemática, poderia seguir orientações diversas. Optou-se por seguir a de Bourbaki (*Elements d'histoire des mathématiques*), por ter sido considerada mais adequada aos objetivos pretendidos.

Os autores esperam ter conseguido, com o texto de 1.2, apresentar seu conteúdo de forma motivadora, capaz de colaborar para a superação das preocupações mencionadas no item 3.

A abordagem contida em 1.3 das contribuições de Cantor à Matemática do seu tempo, não se limitou, intencionalmente, ao trabalho realizado por ele no desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos.

Cantor foi citado como um analista que teve necessidade de elaborar a Teoria dos Agregados (conjuntos) com o propósito de utilizar seus resultados em estudos seus sobre séries infinitas.

Como não podia deixar de ser, foi apresentada em 1.3 uma resenha das mais importantes contribuições conjuntistas de Cantor, como:

- a definição de conjunto;
- a caracterização de conjuntos eqüipotentes, a prova da eqüipotência entre o conjunto dos números naturais e o dos racionais, a existente entre R e
  R n e a não eqüipotência entre o conjunto dos naturais e o dos reais;
- a teoria dos conjuntos totalmente ordenados;
- a teoria dos conjuntos bem ordenados;
- as propriedades topológicas de ℝ<sup>n</sup>;
- a teoria dos números cardinais, inclusive sua aritmética;
- a teoria dos números ordinais e sua aritmética;
- o conhecido teorema que leva o seu nome (para qualquer conjunto A, A é estritamente menos potente que P(A));
- o problema do contínuo, deixado incompleto e sem solução até hoje;
- a boa ordem entre cardinais, deixada incompleta, mas solucionada depois por Bernstein, a partir de uma conjectura de Cantor;
- a boa ordem sobre quaisquer conjuntos, também conjecturada por ele, mas só obtida posteriormente por Zermelo.

Seguiram-se, no texto de 1.3, as primeiras repercussões decorrentes do emprego das teorias de Cantor como: seu uso por Frege, o aparecimento dos paradoxos de Burali-Forti, de Cantor e de Russell, as reações provocadas por eles entre os matemáticos do início do século XX, e uma síntese das tentativas de superação desses paradoxos propostas por logicistas, formalistas e intuicionistas.

Muitas perguntas podem ser levantadas sobre o desenvolvimento, dado o conteúdo de 1.3, como as mencionadas a seguir:

- mesmo se tratando do tema central do texto, o tratamento histórico feito é acessível a jovens alunos?
- as questões tratadas em 1.3 não poderiam ser abordadas de maneira mais superficial?
- os assuntos abordados em 1.3 são motivadores para os alunos?
- por que tornar os referidos assuntos em temas para o ensino de graduação em Matemática?

Para os autores o desenvolvimento dado ao item 1.3 está relacionado com as preocupações já referidas no item 3. Por outro lado, a experiência que agora se detém no uso do texto, indica que os alunos dos cursos de Matemática, em geral, gostam da apresentação de dados históricos dos assuntos de suas ementas. Se esforçam para ler sobre eles,

mesmo em uma língua estrangeira, e participam com interesse da elaboração e da apresentação de trabalhos propostos, mesmo quando exigem uma preparação elaborada. Na realidade os alunos muitas vezes surpreendem os mestres quando são solicitados a executar tarefas não usuais, adequadamente propostas.

O item 1.4 tem caráter de síntese. Nele são apontadas primeiras conclusões sobre o que se pretende quando se fala no estudo de Fundamentos de Matemática, isto é, no estudo das idéias que estão na base da construção da Matemática da atualidade, consideradas as contribuições referidas em 1.1, 1.2 e 1.3.

No item 1.5 são apresentadas as 35 notas do capítulo 1.

Elas foram inseridas pelas razões já mencionadas, e permitiram que o texto básico fosse apresentado de forma mais concisa, sem perda da possibilidade de ampliação dos conhecimentos do leitor.

As notas de números 1 a 7 foram introduzidas em 1.1 e se referem a diversos fatos que complementam as informações tratadas no texto.

As de número 8 a 32 são vinculadas ao item 1.2, e em sua maioria citam referências bibliográficas detalhadas.

As de número 33 a 35 têm ligação com 1.3 e também contêm referências bibliográficas com mesmo caráter.

Acreditamos ter conseguido valorizar o livro com a inclusão das notas. Mais do que o aumento do número de novas informações alusivas aos temas tratados, o uso freqüente das notas colabora para que o estudante se desembarace no uso dos recursos disponíveis para a sua formação, se torne uma pessoa mais confiante com seu auto estudo, etc.

No item 1.6 estão relacionados os 85 exercícios elaborados a partir dos conteúdos de 1.1, 1.2 e 1.3 do capítulo 1.

Há exercícios baseados estritamente na matéria desenvolvida no texto; exercícios que levam o estudante a ter de refletir sobre informações complementares contidas em notas; exercícios que exigem a leitura de textos adicionais citados nas referências bibliográficas contidas em notas; exercícios que provocam uma correlação entre o tema abordado e a experiência individual do aluno.

Esses exercícios em sua maioria não se enquadram nos de resposta única tão comuns em textos escolares de Matemática devido não só à natureza dos temas desenvolvidos, mas também à forma com que foram tratados.

Por essas razões a relação das respostas a esses exercícios, que constam das pp. 207 a 214, tem as seguintes características próprias:

1. ela é precedida da seguinte observação: "Sempre que aparecer (\*) estará sendo apresentada uma das

possíveis soluções para o referido exercício";

- junto ao número indicativo da questão há a palavra "pessoal";
- 3. há respostas textuais.

Dentre os 85 exercícios inseridos, 24 tiveram a indicação (\*), já que várias são as soluções corretas possíveis; 23 tiveram a observação de "pessoal", por tratarem de questões cujas respostas podem variar de um estudante para outro, e para 38 foi possível apresentar uma solução aceitável para todos os leitores. Os autores não se surpreenderão se forem feitas a propósito dessa relação de exercícios restrições como as seguintes:

- eles são muito numerosos;
- são diferentes;
- exigem muito do tempo de estudo do aluno;
- nem sempre os alunos ou até mesmo os professores dispõem dos livros indicados nas referências;
- o aluno de graduação é em geral inibido e não tem condição para apresentar respostas de cunho pes soal;
- o aluno de graduação em geral não tem domínio de línguas estrangeiras e por isto fica impedido de ler vários dos textos citados nas referências.

Acreditamos que essas restrições sejam contornáveis, desde que se acredite na possibilidade do livro contribuir para uma melhor formação do estudante de graduação em Matemática.

- Os numerosos exercícios podem ser selecionados e usados aos poucos pelos professores considerado inclusive o rendimento que cada turma vá apresentando.
- Os exercícios são certamente diferentes, porque relativos a assuntos de caráter diverso, em relação aos abordados nos textos usuais de Matemática. Além disso é certo que o aluno logo se acostuma com a forma com que os atuais exercícios são apresentados.
- O tempo gasto com o estudo da matéria é compensado inclusive pela maior motivação do aluno por seu curso.
- Caso não se disponha do livro referido, o exercício pode ser reformulado (pela substituição por outro) ou até mesmo suprimido.
- A inibição intelectual do estudante parece muitas vezes existir por não ter sido provocada; o aluno motivado pode apresentar respostas criativas que surpreendem sobremodo aos que contavam com sua inibição.

 O domínio de línguas estrangeiras, a nível de leitura muitas vezes existe e não tem se constituído num obstáculo, principalmente se a leitura (numa nova língua) for proposta para alunos em grupo.

### 6. As referências bibliográficas

Fizeram parte das referências bibliográficas do trabalho as obras referidas a seguir:

- 1. ALENCAR, B. F. *Teoria elementar dos conjuntos*. São Paulo: Nobel, 1980.
- 2. BABINI, J. *História de las ideas modernas en matemática*. Washington: OEA, 1967. 72 p.
- 3. BARBOSA, J. E. F. Máquinas, seções e correspondências. Niterói: ANPPM-RJ, 1966.
- 4. \_\_\_\_\_Sobre a teoria dos objetos a tipos finitos ou transfinitos e a complexidade qualquer. *Boletim de Análise e Lógica Matemática*. Niterói: COMPEG, 1968. 2 v.
- 5. BARUK, E. *Dictionnaire de mathématiques elementaire*. Paris: Seuil, 1992. 1324p.
- 6. BAUMGARTH, J. K. *Álgebra*. São Paulo: Atual, 1993. 112 p. (Tópicos de história da matemática).
- 7. BIRKHOFF, G. *Lattice theory*. Providence: American Mathematical Society, 1967. 418 p.
- 8. BLACK, M. *The nature of mathematics*. London: Routledge, 1965. 219 p.
- 9. BLYTH, T. S. *Set theory and abstract algebra*. New York: Loogman, 1975. 222 p.
- 10. BORNHEIM, G. Os *filósofos pré-socráticos*. São Paulo: Cultrix, 1977. 127p.
- 11. BOURBAKI, N. Elements d'histeire des mathématiques. Paris: Hermann, 1960. 276 p.
- 12. BOYER, C. B. *The history of the calculus and its conceptual development.* New York: Dover, 1959. 346 p.
- 13. <u>História da matemática.</u> São Paulo: EDUSP; Blucher, 1974. 487 p.
- 14. \_\_\_\_\_Tópicos de história da matemática: cálculo. São Paulo: Atual, 1993. 93 p.
- 15. BREARD. C. *Mathématiques*. 2. Ed. Paris : L'Ecole, 1960. 730 p.
- 16. CALAME, A. *Mathématiques modemes 1*. Neuchatel: Griffon, 1965.
- 17. CASTRUCCI, B. *Elementos de teoria dos conjuntos*. São Paulo: Nobel, 1965.
- 18. CONSELHO NACIONAL DE MAESTROS DE MATEMÁTICA DOS ESTADOS UNIDOS. *La revolución en /as matemáticas escolares*. [S.1.]: OEA, 1963.

- 19. COSTA, N. C. A. *Introdução aos fundamentos de matemática*. São Paulo: Hucitec, 1977. 65 p.
- 20. CURRY, H. B. *Foundations of mathematical logic*. New York: Dover, 1977. 408 p.
- 21. DAMPIER, W. C. *História de la ciencia y de sus relaciones con la filosofia y la religion*. Madrid: Aguilar, 1950. 734 p.
- 22. DAVIS, H. T. *Computação*. São Paulo: Atual, 1993. 93 p. (Tópicos de história da matemática).
- 23. DIEUDONNÉ, J. Abrégé d'histoire des mathématiques. Paris: Hermann, 1978. 2 v.
- 24. \_\_\_\_\_ *A formação da matemática contemporânea*. Lisboa: Don Quixote, 1990. 292 p.
- 25. Panorama des mathématiques. Paris: Gauthier Willars, 1977. 305 p.
- 26. EDWARDS, C. H. J. *The historical development of the calculus*. New York: Springer, 197S. 351 p.
- 27. ENDERTON, H. B. *Elements of set tlheory*. New York: Academic Press, 1977. 279 p.
- 28. EVES, H. *Tópicos de história da matemática:* geometria. São Paulo:Atual, 1993.77 p.
- 29. FEHR, H., REVUZ, A. *Mathématiques modernes*. Paris: OCDE; 1963. 340 p.
- 30. FEYS, R., FITCH, F. B. *Dictionary of symbols of mathematical logic*. Amsterdam: North Holland, 1933. 171 p.
- 31. FIORENTINI, D. A educação matemática enquanto campo profissional de produção do saber: a trajetória brasileira. *Dynamis* Blumenau, v. 2, n. 7, pp. 7-17, abr./jun. 1994.
- 32. FRAENKEL, A. *Foundations of set theory.* London: North-Holland, 1973.
- 33. \_\_\_\_\_ Set theory and /ogic. Reading: Addison , Wesley, 1966. 102 p.
- 34. GUNDLACH, B. H. *Tópicos de história da matemática:* números e numerais. São Paulo: Atual, 1993. 77 p.
- 35. HALMOS, P. R. *Teoria ingênua dos conjuntos*. São Paulo: Polígono, 1973.
- 36. KNEALE, W., KNEALE, M. *The development of logic*. London: Oxford, 1971. 785 p.
  - 37. KNEEBONE, G. T. Mathematical logic and the

*foundation of mathematics*. London: Van-Nostrand, 1963. 435 p.

- 38. KENNEDY, E. S. *Tópicos de história da mate-mática:* trigonometria. São Paulo: Atual, 1993. 48 p.
- 39. LEGRAND, G. *Os pré-socráticos*. Rio de Janeiro: Zahar, 1987. 170 p.
- 40. LEUNG, K. T., CHEN, D. L. C. *Elementary set theory*. Hoog Kong: Cathary Prcss, 1967.
- 41. LEWIS, C. I. A *survey of symbolic logic*. New York: Dover, 1960.
- 42. LIPSCHUTZ, S. *Teoria dos conjuntos*. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.
- 43. MITCHEL, D. *Introducción a la lógica*. Barcelona: Labor, 1968. 197 p.
- 44. OUBIÑA, L. *Introducción a /a teoria de conjuntos*. Buenos Aires: Eudeba, 1970.
- 45. PASTOR, J. R., BABINI, J. *História de la matemática*. Buenos Aires: Espasa Calpe, 1951.
- 46. PINTER, C. C. *Set theory*. Reading: Addison Wesley, 1971. 216 p.
- 47. RAMSEY, F. P. *The foundations of mathematics*. Totowa: Littlefield, 1965. 292 p.
- 48. RUSSELL, B. *Introdução à filosofia da matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1963, 197 p.
- 49. SAYÃO, A. F. et al. *Coletânea de exercícios de lógica*. Niterói: Universidade Federal Fluminense, 1966. 5 v.
- 50. SIGLER, L. E. *Exercises in set theory*. New York: Spring Verlag, 1976.
- 51. SM1TH, D. E. *History of mathematics*. New York: Dover, 1958. 2 v.
- 52. STOLL, R. R. *Sets logic and axiomatic theories*. San Francisco: Freeman, 1961. 206 p.
- 53. SUPPES, P. Axiomatic set theory. New York: Dover, 1972. 267 p.
- 54. WANG, H. *Popular lectures on mathematical logic*. Beijing: Science Press, 1981, 273 p.
- 55. ZUCKERMAN, M. Sets and transfinite numbers. New York: Macmillan, 1974.

Esses livros podem ser agrupados em quatro categorias, considerado o uso predominante que tiveram, quando da elaboração do v. 1. Tivemos assim:

- 1 -. Textos que abordam as idéias subjacentes ao conteúdo do livro (os referidos pelos números 4, 8, 20, 23, 25, 32, 33, 47, 54, das referências bibliográficas)
- 2 Textos de apoio às idéias desenvolvidas no livro (os referidos pelos números 2, 5, 7, 9, 15, 18, 19, 24, 27, 29, 31, 35, 39, 40, 43, 44, 46, 48, 52, 53)
- 3 .Textos de referência a dados históricos (6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 26, 28, 30, 34, 36, 37, 38, 39, 41, 45, 51)
- 4 Textos suscitadores de exercícios sobre Teoria dos Conjuntos (os mencionados sob o número 1, 3, 16, 17, 42, 44, 49, 50, 53 e 55)

As escolhas feitas estão ligadas a preocupações de diferentes ordens:

- deveriam ser usados preferencialmente livros de fácil acesso aos autores, pois são conhecidas as limitações de tempo para uso de recursos de bibliotecas institucionais;
- deveriam ser usados os textos clássicos que tratam das questões inerentes aos Fundamentos de Matemática;
- na medida do possível, os livros indicados deveriam ser também acessíveis aos estudantes, pois os autores acreditam na possibilidade deles serem iniciados na prática da busca de textos complementares ao livro didático, o que pode contribuir sobremodo para o enriquecimento de sua formação;
- os recursos bibliográficos selecionados deveriam proporcionar condições adicionais para o aluno poder apresentar soluções pessoais a exercícios que visam complementar a matéria contida no texto;
- nas referências bibliográficas estariam incluídos textos que viessem a facilitar quando necessário, a realização pelo aluno de atividades de recapitulação de matéria tratada a nível de 2º grau;
- o presente volume é integrante de uma obra em quatro volumes com o mesmo título, e que deveriam ser citados nas atuais referências bibliográficas os textos mencionados na categoria 1, que contém as linhas básicas do que está ainda em elaboração.

### 7. Conclusões

Consideramos como muito rica a experiência adquirida com a redação e o preparo

ançada em 1992, colaboraram sobremodo para o atual nível de experiência dos autores, objeto do presente registro.